



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Aprendizaje significativo y mapas conceptuales: Una implementación en el diseño de una unidad didáctica en la ESO

Autor/es

LUIS GONZÁLEZ MARTÍNEZ

Director/es

CLARA JIMÉNEZ GESTAL

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2019-20



Aprendizaje significativo y mapas conceptuales: Una implementación en el diseño de una unidad didáctica en la ESO, de LUIS GONZÁLEZ MARTÍNEZ (publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

Trabajo Fin de Máster

**Aprendizaje significativo y mapas
conceptuales: Una implementación en el
diseño de una unidad didáctica en la ESO**

MEMORIA

Autor:

Luis González Martínez

Tutora: Clara Jiménez Gestal

Máster:

Máster en profesorado, matemáticas (M06A)

Escuela de Máster y Doctorado



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Año académico: 2019 / 2020

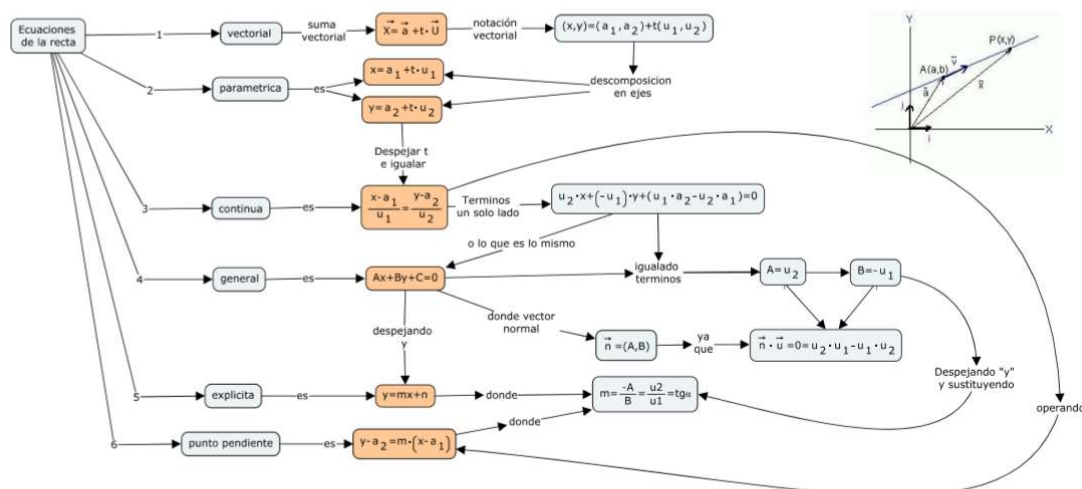
1 INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN.....	1
2 OBJETIVOS.....	5
3 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN.....	7
3.1 INTRODUCCIÓN.....	7
3.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	7
3.2.1 Aprendizaje mecánico y aprendizaje significativo.....	9
3.2.2 Aprendizaje por recepción y aprendizaje por descubrimiento.....	10
3.2.3 Requisitos para el aprendizaje significativo.....	12
3.2.4 Consecuencias para el proceso educativo.....	12
3.3 MAPAS CONCEPTUALES.....	14
3.3.1 Un método estandarizado para la construcción de mapas conceptuales.....	15
3.3.2 Variaciones al método estándar de construcción de mapas.....	16
3.4 USOS DE LOS MAPAS EN LA EDUCACIÓN.....	17
3.4.1 Como herramienta de apoyo para el aprendizaje.....	17
3.4.2 Evaluación del aprendizaje mediante mapas conceptuales.....	18
3.4.3 Mapas conceptuales para el desarrollo del curso o del currículo.	20
3.4.4 Beneficios del uso de los mapas conceptuales en el desarrollo del currículo.....	21
4 PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.....	23
4.1 PRINCIPIOS RECTORES DE LA INTERVENCIÓN.....	23
4.2 CONTENIDOS ESTABLECIDOS POR LA NORMATIVA EDUCATIVA	25
4.3 ANÁLISIS DE CONTENIDOS.....	26
4.4 REVISIÓN DE LOS CONTENIDOS EN BASE AL MAPA CONCEPTUAL	29
4.5 ACTIVIDADES.....	30
4.5.1 Sesión primera: actividad de iniciación.....	31
4.5.2 Sesión segunda: actividad de introducción.....	33
4.5.3 Sesión tercera: actividades de desarrollo.....	34
4.5.4 Sesión cuarta: Actividad de desarrollo.....	37
4.5.5 Sesión quinta: actividad de desarrollo.....	39
4.5.6 Sesión sexta: actividades de desarrollo.....	42
4.5.7 Sesión séptima: actividad de desarrollo.....	43
4.5.8 Sesión octava: actividad de desarrollo.....	44

4.5.9 Sesión novena: actividad de desarrollo.....	46
4.5.10 Sesión décima: actividad de desarrollo y consolidación.....	50
4.5.11 Sesión undécima: actividad de evaluación.....	52
5 EVALUACIÓN DE LA INTERVENCIÓN.....	53
5.1 ESTUDIO DE LOS RESULTADOS.....	53
6 DISCUSIÓN.....	55
7 CONCLUSIONES.....	57
8 REFERENCIAS.....	59

1 INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Durante mis años de estudiante, y posteriormente durante mi desarrollo profesional en el campo de la edificación, mi forma de explorar, estudiar, integrar y aplicar los nuevos conocimientos que necesitaba en cada caso, se había basado, fundamentalmente, en la realización de esquemas-resumen, “árboles”, listas jerarquizadas y similares; extrayendo de los textos técnicos y/o normativos los aspectos, características y relaciones fundamentales que observaba. Realmente, no trabajaba técnicas de memorización, sino más bien los conceptos se memorizaban de manera indirecta al trabajar los propios esquemas. Sin saberlo, de una manera intuitiva y asistemática, había estado desarrollando y aplicando una herramienta que con posterioridad, durante el Máster del Profesorado, conocí como *mapa conceptual*.

En este sentido, seguí aplicando mi metodología intrínseca de aprendizaje, cuando, con el objeto de recordar los contenidos y prepararme para impartir el temario de matemáticas para 4º de la ESO, comencé a realizar mapas conceptuales de las materias a impartir, y concretamente, de las distintas formas de representar la recta de manera algebraica. El primer mapa conceptual que construí fue el siguiente:



Mapa conceptual sobre las formas de la recta. Elaboración propia (ver anexo 3)

Tras terminar de impartir el temario relativo a las rectas por parte de mi tutora de centro, le propuse que mi primera clase fuese una actividad de

consolidación del temario, utilizando el mapa conceptual. La actividad se desarrolló mediante una *exposición dialogada*, donde los diferentes alumnos me iban ayudando en los pasos a seguir hasta construir el mapa conceptual en la pizarra. Los alumnos se mostraron participativos, y siguieron con mucho interés el desarrollo de la clase. Y fue al final de la misma, una vez terminada la clase, en la que una alumna se me acercó, dándome las gracias “porque era la primera vez que lo entendía todo”.

Como era de esperar, mi ego se desbordó. Pero, con posterioridad, me percaté de que el hecho de que aquella alumna *por primera vez lo entendiese todo*, no podía deberse a mi experiencia como profesor (prácticamente nula en dicho momento), ni a mis relativas dotes como comunicador, sino más bien al hecho de utilizar un *mapa conceptual*.

Sin saberlo, había utilizado los mapas conceptuales para los siguientes procesos didácticos:

- Recopilación, preparación y secuenciación del contenido didáctico, y su estructuración jerárquica.
- Como guía para impartir la clase de manera conceptualmente clara y significativa.
- Como resumen para los alumnos de los conceptos fundamentales y sus relaciones.

Originalmente, estaba explorando la posibilidad de centrar en la *motivación del alumno* el eje vertebrador de mi trabajo de fin de máster. De la diversa información que estaba manejando me quedé con un concepto:

“A veces no es que los alumnos no aprendan porque no estén motivados, sino que no están motivados porque no aprenden, y no aprenden porque su modo de pensar al afrontar las tareas es inadecuado, impidiendo la experiencia satisfactoria que supone sentir que se progresa, experiencia que activa la motivación” (Alonso Tapia, 2005).

Uno de los efectos que se deduce del uso de los mapas conceptuales es que permiten afrontar las tareas de una forma adecuada, dado que “la presentación y organización de los contenidos es secuenciada, diferenciada, integrada y jerarquizada de manera clara, permitiendo que se relacione ésta con los conocimientos previos del alumno, con lo que se cumple una de las tres

condiciones necesarias para un *aprendizaje significativo*” (J. D. Novak & Cañas, 2008).

En el uso de los mapas conceptuales se genera “también un dividendo afectivo de carácter positivo, en el que el alumno siente que tiene el control del conocimiento adquirido y se ve capaz de usarlo para resolver problemas o como facilitador de mayores aprendizajes significativos. Esto último es una potente motivación positiva e intrínseca para el alumno” (J. D. Novak, 2010).

Es por esto anterior - aprendizaje significativo y mapas conceptuales - por lo que la herramienta de los mapas conceptuales se convirtió en el leitmotiv de este trabajo de fin de máster.



2 OBJETIVOS

Los objetivos de este estudio son: la implementación de los principios educativos que emanan de la teoría del aprendizaje significativo desde un punto de vista global, es decir, incluyendo el currículo, al profesor y al alumno; y de los mapas conceptuales como herramienta meta-cognitiva; así como el desarrollo de una propuesta de evaluación del efecto de dicha implementación en el rendimiento académico de los alumnos, los cuales se concretan en:

- Identificación y recopilación de los principales principios educativos que se deducen de la teoría del aprendizaje significativo.
- Identificación y recopilación de los posibles usos de los mapas conceptuales durante todo el proceso educativo y de manera integral.
- Implementación de los principios del aprendizaje significativo y la utilización de los mapas conceptuales en el diseño y desarrollo de una propuesta de unidad didáctica (funciones de 4º ESO) desde un punto de vista global.
- Propuesta para la evaluación de los efectos en rendimiento educativo del alumnado tras la intervención educativa.
- Análisis y consecuencias de la implementación para los diferentes agentes involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El estudio se realiza en dos fases. Una primera que consiste en el diseño de la unidad didáctica y las herramientas de evaluación del efecto en rendimiento, y una segunda, que consiste en la puesta en práctica de la intervención y la evaluación propiamente dicha.

En este documento se desarrolla la primera fase, con conclusiones parciales, a falta de su puesta en práctica y evaluación.



3 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN

3.1 Introducción

La *teoría del Aprendizaje Significativo* fue elaborada por Ausubel en los años 60 del siglo pasado, bajo una perspectiva cognoscitivista del aprendizaje humano. Durante varias décadas se había considerado que el aprendizaje humano era sinónimo de cambio de conducta; y esto es debido al dominio de la perspectiva behaviorista en la labor docente (Ausubel, 1983), cuyos máximos exponentes fueron Skinner y Watson. Desde el punto de vista de los conductistas, la educación se centraba en la figura del docente, en el aprendizaje memorístico, y consideraba que los estudiantes eran meros receptores pasivos de conocimiento.

Por otra parte, los mapas conceptuales surgieron en 1972 durante el desarrollo de un programa de investigación realizada por Novak en Cornell, enfocada en seguir y entender los cambios en el conocimiento de las ciencias por parte de los niños. Debido a la necesidad de representar la comprensión conceptual de los niños, surgió la idea de representar dicho conocimiento en forma de mapa conceptual (J. D. Novak & Cañas, 2008; Joseph D. Novak, 1990).

En los siguientes apartados se realiza una breve descripción de los principales postulados de la teoría del aprendizaje significativo, se recopilan sus principales consecuencias para el proceso educativo, así como se realiza una descripción de qué es un mapa conceptual y se recopilan los principales usos en educación.

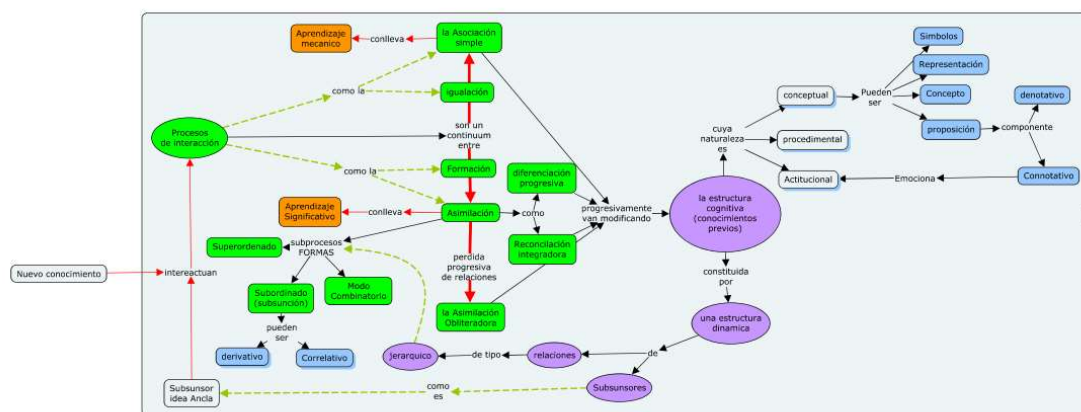
3.2 Aprendizaje significativo

"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto y enséñese consecuentemente" (Ausubel et al., 1978).

Para que un nuevo conocimiento se integre significativamente, un alumno debe disponer de unos conocimientos previos que permitan esta integración, y

sin esos conocimientos previos no puede haber aprendizaje significativo. En palabras de Ausubel (1983): “un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la *estructura cognitiva* del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición”. A este proceso se le denomina asimilación, no siendo la conexión entre los nuevos conocimientos y los subsunsores una simple asociación, sino que son integrados de manera no arbitraria y sustancial.

En el siguiente mapa conceptual se expresa la teoría del aprendizaje significativo.



Mapa conceptual sobre la teoría del aprendizaje significativo, de elaboración propia

Los conocimientos previos es lo que se conoce en la teoría del aprendizaje significativo como *estructura cognitiva*, es decir, “es un conjunto jerárquico de subsunsores dinámicamente interrelacionados” (Moreira, 2012). Un subsunsores o idea ancla es un conocimiento previo específico existente en la estructura cognitiva que sirve de ancla para el nuevo conocimiento, y que permite dar significado al nuevo conocimiento. En la asimilación, tanto el nuevo concepto como la estructura cognitiva se modifican, adquiriendo el subsunsores o idea- ancla nuevos significados, más matices, etc. (Moreira, 2012)

En este sentido, la estructura cognitiva (subsunsosores y sus relaciones) es **dinámica**, no fija, sino que de manera iterativa, esta se va modificando con cada nuevo conocimiento. Otra característica es que la conexión entre el nuevo conocimiento y la idea ancla no es una simple asociación, sino que los

conocimientos son integrados de manera **no arbitraria y no literal**, lo que favorece la evolución y la estabilidad de los conocimientos previos preexistentes. Una tercera característica es que el proceso de aprendizaje depende de la **forma y frecuencia** con los que son expuestos los nuevos contenidos (Ausubel, 1983).

La estructura cognitiva está caracterizada por varios procesos principales de *asimilación* según la teoría del aprendizaje significativo: la *diferenciación progresiva*, la *reconciliación integradora*, y la *asimilación obliteradora* (Ausubel, 1983).

La *diferenciación progresiva* hace referencia a un proceso dinámico por el cual un subsunor se va diferenciando al adquirir progresivamente nuevos significados, nuevos matices. Por otra parte, la *reconciliación integradora* es otro proceso paralelo al anterior, que se produce cuando se eliminan diferencias aparentes, se resuelven inconsistencias, se integran significados. Un ejemplo de integración reconciliadora sería *pelotas para deportes*, que integraría en el mismo concepto una pelota de fútbol (redonda) y un balón de rugby (ovalada), de tal manera que se eliminan las diferencias aparentes (forma) y se reconcilian en un concepto superior (pelotas para deportes).

La *asimilación obliteradora* es una pérdida de discriminabilidad, de diferenciación de significados, como continuidad natural de la asimilación, sacrificando una parte de los conocimientos, de manera que se produce una reducción gradual de los significados menos utilizados. “No consiste en un olvido total, sino que dentro del subsunor resultante de la interacción con el nuevo conocimiento, queda un residuo del conocimiento nuevo” (Moreira, 2012). En este sentido, si un aprendizaje es significativo, el re-aprendizaje es más fácil y lleva menos tiempo.

3.2.1 Aprendizaje mecánico y aprendizaje significativo

El concepto principal de la teoría de Ausubel es el aprendizaje significativo en contraposición al aprendizaje memorístico o mecánico (J. Novak & Gowin, 1988).

La teoría del aprendizaje significativo no estaría completa sin definir el *aprendizaje mecánico*, que “se produce cuando no existen subsunores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada

arbitrariamente, sin interactuar con los conocimientos pre-existentes. El aprendizaje no se da en un vacío cognitivo puesto que debe existir algún tipo de asociación” (Ausubel, 1983), pero no en el sentido de la *asimilación*.

Sin embargo, el aprendizaje significativo y el aprendizaje mecánico no son blanco y negro, no son una dicotomía, sino un proceso continuo, siendo posible que ambos aprendizajes se den a la vez en la misma tarea. En este sentido, el aprendizaje mecánico debe existir, e incluso es necesario cuando no existen subsunsores adecuados, conocimientos previos, por ejemplo, al principio de una nueva materia. Eso sí, siempre es preferible el aprendizaje significativo.

3.2.2 *Aprendizaje por recepción y aprendizaje por descubrimiento*

La teoría del aprendizaje significativo se refiere a los *procesos cognitivos de aprendizaje*, en los que unos alumnos se apoyan para adquirir nuevos conocimientos. Ausubel, en este sentido, hace una diferenciación entre el tipo de estrategia institucional que se utiliza y la clase de procesos de aprendizaje en los que está implicado el estudiante (J. Novak & Gowin, 1988).

En la teoría del aprendizaje significativo, por estrategias formativas se puede distinguir entre el *aprendizaje por recepción* y el *aprendizaje por descubrimiento*. *Aprendizaje por recepción* es “aquél en el que el aprendiz «recibe» la información, el conocimiento, que va a ser aprendido en su forma final” (Moreira, 2012)

El aprendizaje por recepción según la teoría del aprendizaje significativo tiene las siguientes características e implicaciones (Moreira, 2012):

- Puede ser desde significativo a mecánico.
- Implica que no es necesario descubrir para aprender
- No implica que esté asociado con la enseñanza expositiva tradicional. La emisión / recepción de los contenidos puede ser a través de una película, de un libro, en forma de actividad lúdica.
- No implica pasividad, sino al contrario si es aprendizaje por recepción significativa, ya que implica gran actividad cognitiva para relacionar conceptos.

Por otra parte, el aprendizaje por descubrimiento “implica que el aprendiz primeramente tiene que descubrir lo que va a aprender” (Moreira, 2012). En

este sentido, el aprendizaje por descubrimiento tiene las siguientes características e implicaciones (Ausubel, 1983; Moreira, 2012)

- El “descubrir” no implica aprendizaje significativo. Las condiciones para el aprendizaje significativo son las mismas después del descubrimiento: conocimientos previos y predisposición para aprender.
- Para grandes volúmenes de conocimientos, es “inoperante e innecesario”.
- Puede ser muy útil para procedimientos científicos y prácticas de laboratorio o de campo.
- Tiene un importante componente motivador, clave para el aprendizaje por competencias.

En la siguiente tabla, se muestran distintas actividades representativas ubicadas en las dos dimensiones: procesos de aprendizaje (aprendizaje significativo y aprendizaje mecánico) y estrategias instruccionales (aprendizaje por recepción y aprendizaje por descubrimiento).



Actividades representativas de los tipos de aprendizaje (J. Novak & Gowin, 1988).

En este sentido, como se puede ver en el gráfico anterior, el aprendizaje por descubrimiento puede ser desde memorístico a significativo dependiendo de la actividad instruccional que se desarrolle. Como se ha comentado anteriormente, su mayor aporte es la motivación, fomentando la predisposición del alumno a aprender.

Por otra parte, la clase magistral no tiene que estar asociada a un aprendizaje donde se considera al alumno como un receptor pasivo (conductismo), como se pudiera pensar, sino que dependiendo de la presentación de los contenidos puede favorecer un aprendizaje significativo y puede ser más eficaz que cualquier otra metodología (Ausubel, 1983).

3.2.3 Requisitos para el aprendizaje significativo

“Esencialmente, son dos las condiciones para que se dé aprendizaje significativo: 1) El material del aprendizaje debe ser potencialmente significativo y 2) el aprendiz debe presentar una predisposición para aprender” (Moreira, 2012).

Estas dos condiciones, según Ausubel (1983) implican lo siguiente:

- El material de aprendizaje (libros, clases, software educativo,...) debe tener un significado lógico, es decir, que se pueda relacionar de manera no arbitraria y no literal con los conocimientos previos (estructura cognitiva).
- El alumno debe tener ideas-ancha relevantes y previas con las cuales se pueda relacionar el material a aprender.
- El aprendiz debe querer relacionar los nuevos conocimientos, de forma no arbitraria y no literal, con sus conocimientos previos, es decir, debe tener predisposición a aprender.

En este sentido, el profesor debe indagar qué conocimientos previos tiene un alumno, con el objeto de preparar la materia a enseñar de manera clara y relacionable con dichos conocimientos previos, y debe intentar presentarla de manera que motive al alumno a aprender.

3.2.4 Consecuencias para el proceso educativo.

“Los principios de aprendizaje propuestos en la teoría del aprendizaje significativo ofrecen un marco teórico para el diseño de herramientas meta-cognitivas que permitan conocer la organización de la estructura cognitiva de los estudiantes, lo cual permitirá una mejor orientación educativa” (Ausubel, 1983).

En este apartado se realiza una recopilación de las consecuencias e implicaciones que tiene la teoría del aprendizaje significativo en relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje:

- Se debería indagar si los alumnos disponen de los conocimientos previos necesarios para asimilar nuevos conocimientos, y en caso contrario, detenerse en dicho punto para que los adquieran antes de continuar con nuevos temas o conocimientos.
- Es importante que antes de comenzar un nuevo apartado, se recuerden los conocimientos previos necesarios, por ejemplo, al principio de una clase expositiva.
- La programación de contenidos debe regirse por los procesos de diferenciación progresiva y reconciliación integradora, es decir, los contenidos deberían presentarse de tal manera que al inicio se presenten las ideas más generales e inclusivas, para después ir diferenciándolas progresivamente en términos de detalle, especificidad y casos particulares.
- En la programación se debe explorar explícitamente las relaciones entre conceptos, para resaltar las diferencias y coincidencias importantes.
- El material de aprendizaje debe tener significado lógico, es decir, que se presente y pueda relacionarse de manera no arbitraria y no literal con los conocimientos previos del alumno.
- El alumno debe tener predisposición para aprender, por lo que se debe buscar formas de presentar el material de aprendizaje de tal manera que motiven o involucren al alumnos en su propio aprendizaje.
- El aprendizaje humano es esencialmente receptivo, es decir, no es necesario descubrir para aprender.
- El *aprendizaje por descubrimiento* puede ser importante en términos de motivación o para ciertos ámbitos del conocimiento como pueden ser los procedimientos científicos o las prácticas de laboratorio.
- Un uso generalizado del *aprendizaje por descubrimiento* puede ser inoperante e innecesario, debido a que en ciertos niveles educativos es necesario adquirir grandes volúmenes de conocimiento.
- El *método expositivo* puede ser organizado de tal manera que facilite un *aprendizaje por recepción significativo*, y en este sentido, ser más

eficiente que cualquier otro método en el proceso de aprendizaje-enseñanza para la asimilación de contenidos.

- El *aprendizaje por recepción*, aunque más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento, se da cuando el alumno dispone de mayor grado de madurez cognitiva.
- El aprendizaje mecánico puede ser necesario cuando no hay ideas-
ancla (subsunoers) relevantes, como puede ser al principio de un nuevo campo de conocimientos.

3.3 Mapas conceptuales

“Los mapas conceptuales son *herramientas gráficas* para organizar y representar conocimiento” (Joseph D Novak & Cañas, 2006)

La definición de los mapas conceptuales, sus componentes y sus formas de construirlos están ampliamente conceptualizados por J. D. Novak & Cañas (2008; 2007; 2006). Los mapas conceptuales son una herramienta gráfica que representa parte del conocimiento humano en forma gráfica y semi-*jerárquica*, e incluyen una serie de componentes y reglas que sirven para construirlos.

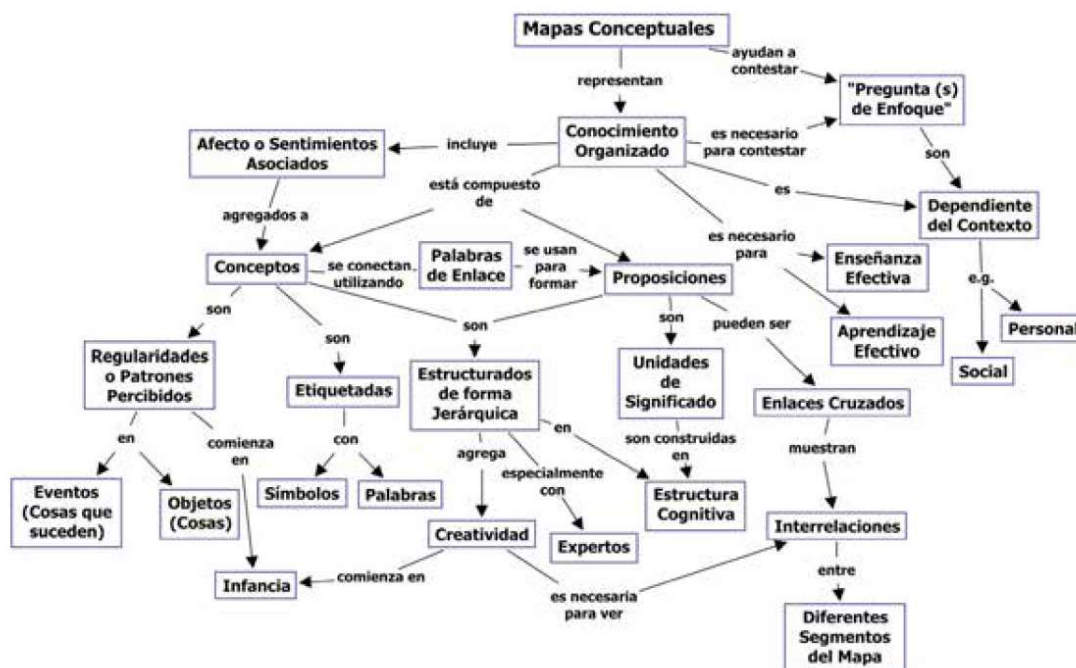
Los componentes definidos por J. D. Novak & Cañas (2008; 2007; 2006) son los siguientes:

- *Conceptos*: Son “una regularidad percibida en eventos u objetos, o registros de eventos u objetos, designados por una etiqueta” (J. D. Novak & Cañas, 2008), la cual es habitualmente una única palabra (o varias) encerrada en algún tipo de caja (circulo, cuadrado,...).
- *Líneas conectoras o enlaces*: Son líneas que enlazan los conceptos y representan las relaciones entre conceptos. Sobre las líneas se colocan palabras que indican el tipo de relación que asocia unos conceptos con otros.
- *Proposiciones*: “Un conjunto de conceptos y sus enlaces forman afirmaciones con sentido, que se denominan proposiciones” (J. D. Novak & Cañas, 2008). Son la unidad básica de un mapa conceptual.
- *Jerarquía y pregunta enfoque*: Los mapas conceptuales se construyen de forma jerárquica, habitualmente de arriba a abajo. La estructura jerárquica depende del contexto en el que se aplica, por lo que es

importante establecer un tema y una pregunta enfoque que ayude a establecer un criterio para la construcción del mapa conceptual.

- *Enlaces cruzados:* Los enlaces cruzados son enlaces entre diferentes conceptos ubicados en diferentes subdominios del mapa. Estos enlaces especiales son importantes ya que a menudo pueden representar saltos creativos.
- *Ejemplos específicos:* Son ejemplos que ayudan a aclarar el significado de una proposición. No se incluyen en cajas ya que no son conceptos.

El siguiente mapa conceptual desarrollado por Joseph D Novak & Cañas (2006) sirve como ejemplo de un mapa conceptual, además de mostrar las características de los mapas conceptuales.



Mapa conceptual que muestra las características de los mapas conceptuales (Joseph D Novak & Cañas, 2006)

3.3.1 Un método estandarizado para la construcción de mapas conceptuales

Cañas et al., (2003) recogen el método para crear mapas conceptuales definido por Novak & Gowin, (1984), el cual implica la siguiente serie de pasos:

1. Definir el tema y/o la pregunta de enfoque.
2. Identificación y enumeración de conceptos.
3. Ordenación jerárquica de conceptos.
4. Identificación de enlaces entre conceptos.

5. *Definición de enlaces.*
6. *Definición de enlaces cruzados.*
7. *Revisión del mapa.*

Algunos consejos para la realización de los mapas conceptuales se describen a continuación. Lo primero es que un mapa conceptual puede ser difícil de manejar y entender si no se plantea claramente un tema o/y pregunta enfoque, ya que puede haber una tendencia a intentar cubrir demasiados aspectos y perder claridad conceptual. Seguidamente, una vez elegido el tema, se debería identificar y seleccionar los conceptos o ideas más relevantes en relación al tema, para después colocarlos ordenadamente de manera jerárquica en el espacio papel, de tal manera que se coloquen los más inclusivos y generales en la parte superior, para después ir colocando debajo de manera progresiva los más específicos y menos inclusivos. Esto ayuda a identificar las relaciones de ordenación jerárquica y de dependencia entre conceptos. Una vez ubicados, se plantean de manera preliminar los enlaces entre los conceptos (las líneas), para seguidamente identificar la palabra o conjunto de palabras que pueden unir los conceptos, para formar las preposiciones. Posteriormente, se buscan los “enlaces cruzados” que impliquen relaciones entre diferentes áreas o subdominios, y finalmente se debería revisar el mapa (Cañas et al., 2003).

3.3.2 Variaciones al método estándar de construcción de mapas.

Los mapas conceptuales se pueden construir utilizando otros métodos con diferentes objetivos, como pueden ser el facilitar la implementación informática o la construcción de los mismos por parte de los estudiantes. Estas técnicas se sitúan en un espectro que va desde una tarea en la que a los alumnos se les suministra un mapa básico con los conceptos y las líneas de enlace, dejando algunos huecos a rellenar (fill-in-the-map); pasando por suministrar los conceptos sin ordenar, y que tengan que situarlos jerárquicamente y establecer las relaciones (estacionamiento de conceptos / parking slots); hasta en el extremo opuesto, en donde el alumno tiene que aportar todos los conceptos y sus uniones (construirlo desde cero) (Joseph D Novak & Cañas, 2006).

Ruiz-Primo et al. (2001) estudiaron varias técnicas de construcción (fill-in-the-lines; fill-in-the-nodes y parking slot), categorizando dichas técnicas como

de alta direccionalidad o baja direccionalidad, llegando a la conclusión que las de baja direccionalidad (parking slot) reflejan mejor las diferencias entre las estructuras cognitivas de los estudiantes.

En este sentido, las técnicas de baja direccionalidad son más apropiadas para determinar los conocimientos previos de los alumnos o el estado de los mismos en un momento dado, mientras que las de alta direccionalidad pueden servir para aprender a realizar mapas conceptuales.

3.4 Usos de los mapas en la educación

“A pesar de la prolija y precisa aclaración de los aspectos técnicos, Ausubel no proporcionó a los educadores de instrumentos simples y funcionales para ayudarles a averiguar “lo que el alumno ya sabe”. Ese instrumento educativo son los mapas conceptuales” (J. Novak & Gowin, 1988)

En este sentido, los mapas conceptuales no son una representación fidedigna y completa de lo que los alumnos saben, pero constituyen un punto de partida a partir del cual los profesores y los alumnos pueden identificar los conocimientos previos y avanzar en el proceso de aprendizaje (J. Novak & Gowin, 1988).

En este apartado, a continuación, se identifican y recogen algunos de los usos principales de los mapas conceptuales en el ámbito educativo.

3.4.1 Como herramienta de apoyo para el aprendizaje.

Cañas et al. (2003) realizan una revisión de literatura científica, identificando los siguientes usos de los mapas conceptuales en la educación:

- Como *andamiaje* para la comprensión.
- Para consolidar las experiencias educativas.
- Para mejorar las condiciones efectivas del aprendizaje.
- Como ayuda o alternativa al tradicional ejercicio escrito.
- Para enseñar pensamiento crítico.
- Como elemento de representación mediador.
- Como identificador del grado de comprensión y de las concepciones erróneas.

Además, J. Novak & Gowin (1988) proponen en su libro “Aprendiendo a Aprender” los siguientes usos y aplicaciones:

- Para identificar que conocimientos previos tienen los alumnos, puesto que son una representación explícita de las proposiciones que tienen los alumnos.
- Como “mapa de carreteras”, donde se muestran algunos caminos que pueden seguir los alumnos para relacionar conceptos o seguir procedimientos.
- Una vez completada una tarea de aprendizaje, los mapas aportan un resumen esquemático de qué han aprendido o extraído de un texto
- Como actividad creativa, en los que el estudiante tiene que realizar un esfuerzo para clarificar los significados, pudiendo identificar nuevos significados al trabajar un mapa conceptual.
- Para fomentar y practicar el pensamiento reflexivo, que implica manejar conceptos, unirlos y separarlos, es decir, reflexionar sobre un área de conocimiento.
- Para “negociar” significados entre un profesor y el alumno, habida cuenta que para aprender y transmitir un conocimiento es preciso dialogar e intercambiar significados.

3.4.2 Evaluación del aprendizaje mediante mapas conceptuales

Los mapas conceptuales fueron propuestos para evaluar los conocimientos de los alumnos por J. Novak & Gowin (1988). En este sentido, Cañas et al. (2003) indican que los mapas conceptuales pueden ser utilizados para evaluación formativa y/o para la evaluación sumativa. Por ejemplo, en la evaluación formativa, a los estudiantes se les puede solicitar que realicen mapas conceptuales en varios momentos durante la instrucción, y a partir de esos mapas conceptuales, los profesores los pueden usar para evaluar el grado de comprensión de los alumnos, y para modificar las necesidades formativas de los mismos. La evaluación sumativa puede ser utilizada al final de una unidad para determinar el grado de comprensión de los estudiantes, y asignar las notas.

Debido a la necesidad de buscar métodos alternativos de evaluación, se han realizado múltiples estudios para validar los mapas conceptuales como

herramienta de evaluación alternativa a la prueba objetiva, y sobre los distintos métodos de puntuación, situándose el debate fundamentalmente en como puntuar los mapas conceptuales. Esto último será tratado en el siguiente apartado.

Algunas de las conclusiones se resumen a continuación:

- *Como herramienta para documentar el cambio conceptual (evaluación continua):* Wallace & Mintzes (1990) realizaron un estudio con el objeto de examinar la validez concurrente de los mapas conceptuales para documentar el cambio conceptual en estudiantes de biología con respecto a una prueba objetiva tipo multiple-choice. Los resultados sugirieron que los mapas conceptuales son una técnica válida y potencialmente útil para documentar cambios conceptuales en dicha área.
- Como herramienta de evaluación sumativa: Aunque los mapas conceptuales miden diferentes aspectos del conocimiento que las tradicionales técnicas de evaluación (Cañas et al., 2003), las medidas de fiabilidad y validez indican que los mapas conceptuales están dentro del rango aceptable desde el punto de vista de la psicometría (Shavelson & Ruiz-Primo, 2000).
- Fiabilidad entre evaluadores: Diversos estudios han aportado conclusiones como que son mejores los sistemas basados en proposiciones que los basados en la estructura de los mapas (McClure et al., 1999), y que son mejores cuanto más experimentados son los evaluadores (West et al., 2000).
- Fiabilidad predictiva: En un estudio llevado a cabo por Rice et al. (1998), en el que se desarrolló un sistema de puntuación basado en las proposiciones con el objeto de evaluar el nivel de conocimientos y de comprensión de los alumnos de 7º grado (12-13 años) en el campo de las ciencias naturales, por el cual se asignaba puntos si las proposiciones en el mapa conceptual coincidían con proposiciones incluidas en los exámenes estándar de referencia a nivel estatal; los resultados dieron lugar a una alta validez predictiva en cuanto al logro en dichas pruebas a nivel estatal.

Métodos de valoración para los mapas conceptuales

J. Novak & Gowin (1988) propusieron un método de puntuación para los mapas conceptuales (lo denominaremos método tradicional) que está basado en los componentes y la estructura de los mapas. El sistema de puntuación asigna puntos por proposición correcta (un punto por cada una), por nivel de jerarquía (5 puntos por cada nivel), por los enlaces cruzados (10 puntos por cada uno), y por cada ejemplo (un punto por cada ejemplo).

Como indica Cañas et al. (2003) se han estudiado otros métodos de puntuación como alternativa al método tradicional, tales como:

- Sistemas en base a la comparación con un mapa desarrollado por un experto.
- Otros métodos de valoración de los componentes de los mapas conceptuales
- Programas informáticos para facilitar su cálculo, estando basados principalmente en la coincidencia de las proposiciones con ciertas limitaciones en el vocabulario.

La principal conclusión es que el método tradicional (o similares) consumen mucho tiempo y necesitan de juicio humano (Cañas et al., 2003).

Por lo tanto, debido a la diversidad de métodos y a las limitaciones de los programas, en este estudio se considera la comparación con un mapa experto mediante el método tradicional de valoración.

3.4.3 Mapas conceptuales para el desarrollo del curso o del currículo

El uso de mapas conceptuales en la planificación de un currículo o instrucción sobre un tema específico ayuda a hacer la instrucción "conceptualmente transparente" para los estudiantes (Joseph D. Novak, 1998). En este sentido, Cañas et al. (2003) recomiendan que cuando se elaboran mapas conceptuales para programar una instrucción, se cree un "mapa macro" global que muestre los temas principales y sus relaciones, y "micro mapas" más específicos. Esta organización resuelve la dificultad que se asocia con el manejo de grandes mapas y que tratan de cubrir demasiadas preguntas de enfoque.

Por ejemplo, en relación a la implementación de un nuevo currículo de veterinaria, los mapas conceptuales han facilitado el diseño del currículo de

manera integrada y multidisciplinar; han guiado el desarrollo y secuenciación de las actividades didácticas; así como han sido incorporados al examen final. Así mismo, los profesores los han utilizado para introducir los temas y para facilitar la discusión, y los estudiantes como resumen y para facilitar su comprensión. Finalmente, los profesores han podido identificar errores de concepto, aportar retroalimentación a los estudiantes en relación a ellos, y ajustar la enseñanza para hacerles frente (Edmondson & Smith, 1998).

En el caso de profesores en formación, los mapas conceptuales ayudan a estos a diseñar los contenidos del currículo de una manera más integrada, y fomenta las habilidades para planificar la instrucción (Ferry et al., 1997).

3.4.4 Beneficios del uso de los mapas conceptuales en el desarrollo del currículo

En este apartado se indica algunos de los beneficios que aporta el uso de mapas conceptuales en el diseño y desarrollo de los contenidos curriculares:

- El beneficio general del uso de mapas conceptuales se basa en la facilidad que aporta la representación gráfica, que permite una visión general del currículum, lo que facilita validar el grado de cumplimiento de las competencias, situando dichas competencias en su contexto e intensidad necesaria (A McDaniel et al., 2005).
- Desde el punto de vista de los administradores académicos los mapas curriculares:
 - Sirven, al ser un soporte gráfico, para comunicar de manera más efectiva los elementos clave del plan de estudios a las partes interesadas (A McDaniel et al., 2005).
 - Facilita la gestión y desarrollo de planes de estudio en el que intervienen diferentes disciplinas y facultades (A McDaniel et al., 2005; Edmondson & Smith, 1998)
 - Ofrece un marco para atender consultas, para incorporar nuevas competencias en los cursos existentes y para diseñar nuevos programas formativos (A McDaniel et al., 2005).
 - Facilita la re-definición de los contenidos de los cursos, con lo que se mejora la capacidad educativa (A McDaniel et al., 2005).

- Desde el punto de vista de los profesores, los mapas curriculares funcionan como organizadores de contenidos, por lo que:
 - Se han utilizado para desarrollar e implementar los programas y actividades de sus propias asignaturas, utilizándolos, por ejemplo, para introducir los contenidos y facilitar la discusión (A McDaniel et al., 2005; Edmondson & Smith, 1998)
 - Facilitan una visión general de los contenidos, permitiendo ver más fácilmente que apartados deben ser enfatizados (A McDaniel et al., 2005).
 - Facilitan la vinculación del temario con las evaluaciones, mejorando la capacidad para evaluar equilibradamente a los alumnos (A McDaniel et al., 2005; Edmondson & Smith, 1998).
 - Facilitan la identificación de errores de concepto, la aportación de retroalimentación a los estudiantes en relación a ellos, y han permitido ajustar la enseñanza para hacerles frente (Edmondson & Smith, 1998).
- Desde el punto de vista de los estudiantes los mapas conceptuales, estos:
 - Facilitan la visión sobre las competencias y objetivos de los cursos (A McDaniel et al., 2005).
 - Facilitan que los alumnos comprendan las conexiones entre los diferentes elementos y competencias del currículo (A McDaniel et al., 2005).
 - Han sido utilizados como resumen y para facilitar la comprensión de las materias (Edmondson & Smith, 1998).

4 PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

Esta intervención didáctica se basa en la unidad didáctica sobre funciones desarrollada en la Memoria de Practicas por el mismo autor. En este sentido, los apartados relativos a las competencias, estrategias de intervención y adaptaciones curriculares, y evaluación de los contenidos son las mismas, y no se han incluido en este documento.

4.1 Principios rectores de la intervención

Del marco teórico se extraen los siguientes principios rectores para el diseño y desarrollo de la intervención:

1. Es necesario diagnosticar si los alumnos disponen de los conocimientos previos necesarios para asimilar nuevos conocimientos, y en caso contrario, detenerse en dicho punto para que los adquieran antes de continuar con nuevos temas o conocimientos.
2. Es importante que antes de comenzar un nuevo apartado, se recuerden los conocimientos previos necesarios, por ejemplo, al principio de una clase expositiva.
3. Estructurar y presentar los contenidos de manera jerarquizada con significado lógico, que faciliten la asociación de modo no arbitrario y no literal.
4. Los procesos de *diferenciación progresiva* y *reconciliación integradora* pueden ser utilizados en la labor educativa, programando al inicio las ideas más generales e inclusivas, para diferenciarlas paulatinamente en términos de detalle y especificidad, explorando explícitamente las relaciones entre conceptos.
5. El alumno debe tener predisposición para aprender, por lo que se debe buscar formas de presentar el material de aprendizaje de tal manera que motiven o involucren a los alumnos en su propio aprendizaje.
6. *Método expositivo* puede ser organizado de tal manera que propicie un *aprendizaje por recepción significativo*, y ser más eficiente que cualquier otro método en el proceso de aprendizaje-enseñanza para la asimilación de contenidos en la estructura cognitiva, dado que el aprendizaje humano es esencialmente receptivo.

7. Desde el punto de vista didáctico el *aprendizaje por descubrimiento* puede ser importante como elemento *motivador* o más adecuado para ciertos aprendizajes como los procedimientos científicos. Un uso generalizado del *aprendizaje por descubrimiento* puede ser inoperante e innecesario, debido a que en ciertos niveles educativos es necesario adquirir grandes volúmenes de conocimiento.
8. El *aprendizaje por recepción*, aunque más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento, se da cuando el alumno dispone de mayor grado de madurez cognitiva.
9. Utilización del “método estandarizado” para la construcción de mapas conceptuales.
10. Los mapas conceptuales son un “tipo de resumen esquemático”; siendo una actividad creativa, en los que el estudiante tiene que realizar un esfuerzo para clarificar el significado, teniendo que identificar los conceptos, sus relaciones y su estructura dentro de un área de conocimiento.
11. Los mapas conceptuales se pueden utilizar como andamiaje para facilitar la comprensión, para enseñar pensamiento crítico, como elemento de representación mediador.
12. Los mapas conceptuales proveen una herramienta para “negociar” significados, debido a que son una representación abierta de la estructura cognitiva del alumno; profesores y estudiantes pueden compartir y dialogar sobre las ideas y sus relaciones.
13. Los mapas conceptuales pueden utilizarse para evaluar. Las medidas de fiabilidad y validez indican que están dentro del rango aceptable desde el punto de vista de la psicometría.
14. Cuando se utilizan los mapas conceptuales para planificar la instrucción, se puede crear un “macro mapa global”, y “micro planos” más detallados.
15. El aprendizaje mecánico puede ser necesario cuando no hay ideas-
ancla (subsunoeres) relevantes, como puede ser al principio de un nuevo campo de conocimientos.

4.2 Contenidos establecidos por la normativa educativa

La normativa educativa establece los siguientes contenidos para la asignatura matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º de la ESO:

- Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados.
- La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.
- Reconocimiento de otros modelos funcionales: aplicaciones a contextos y situaciones reales.

Los contenidos en la normativa son poco concretos, siendo los criterios de evaluación, y sobre todo los estándares de aprendizaje evaluables los que le dotan de más concreción:

1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.

1.1. Identifica y explica relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional y asocia las gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas.

1.2. Explica y representa gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes para los casos de relación lineal, cuadrática, proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica, empleando medios tecnológicos, si es preciso.

1.3. Identifica, estima o calcula parámetros característicos de funciones elementales.

1.4. Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla.

1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica.

1.6. Interpreta situaciones reales que responden a funciones sencillas: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, definidas a trozos y exponenciales y logarítmicas.

2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.

2.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales.

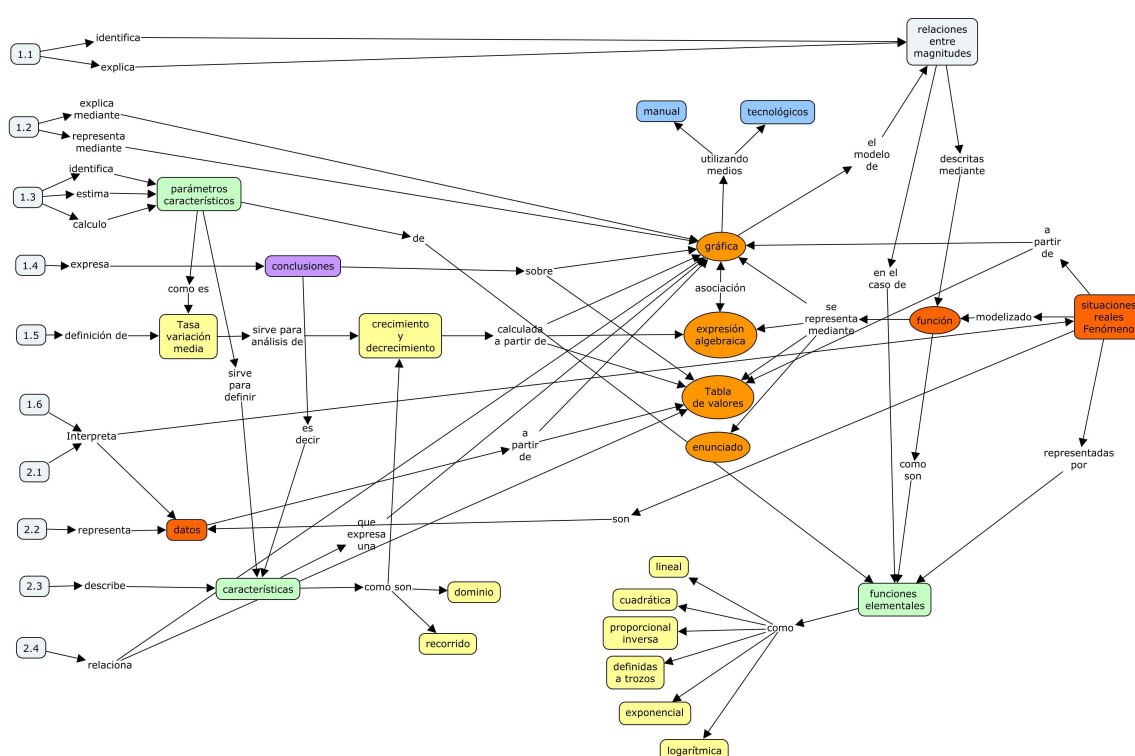
2.2. Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas.

2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos.

2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.

4.3 Análisis de contenidos

Los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables se han volcado a un mapa conceptual para visualizarlos:

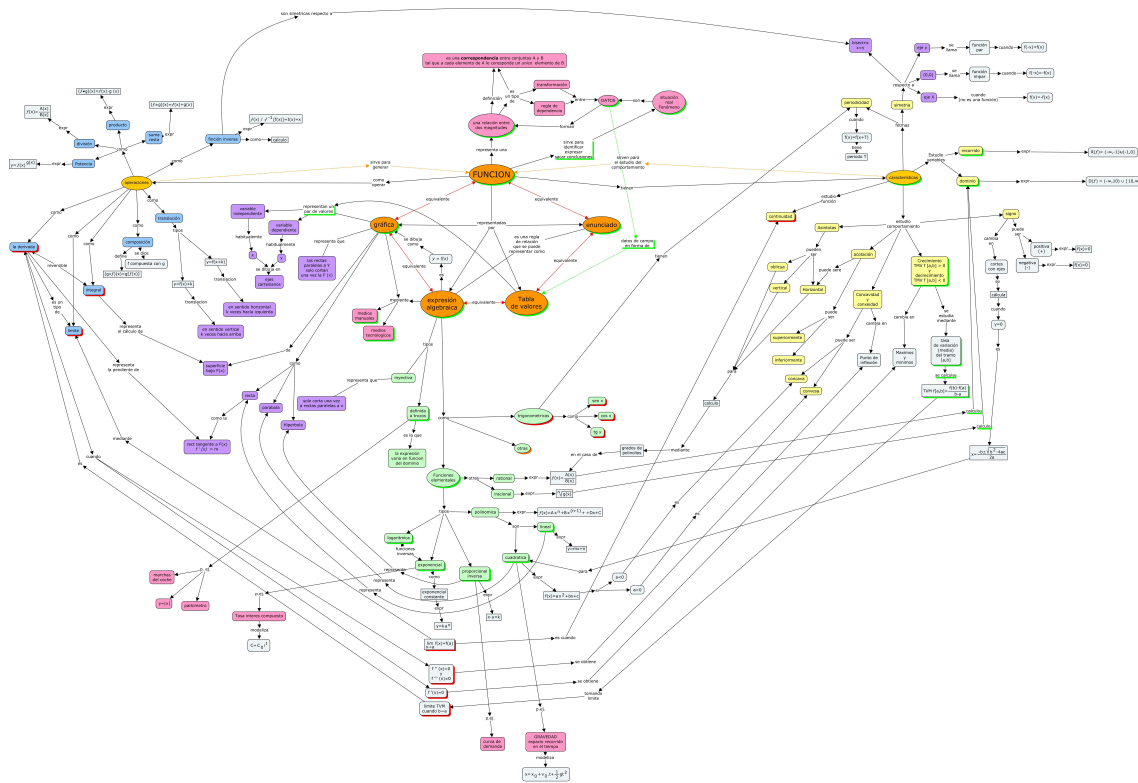


Mapa conceptual sobre contenidos normativos, de elaboración propia (ver anexo 10)

Como se puede observar en los globos de colores, se ven los contenidos específicos, que los alumnos tienen, según el caso, identificar, explicar,

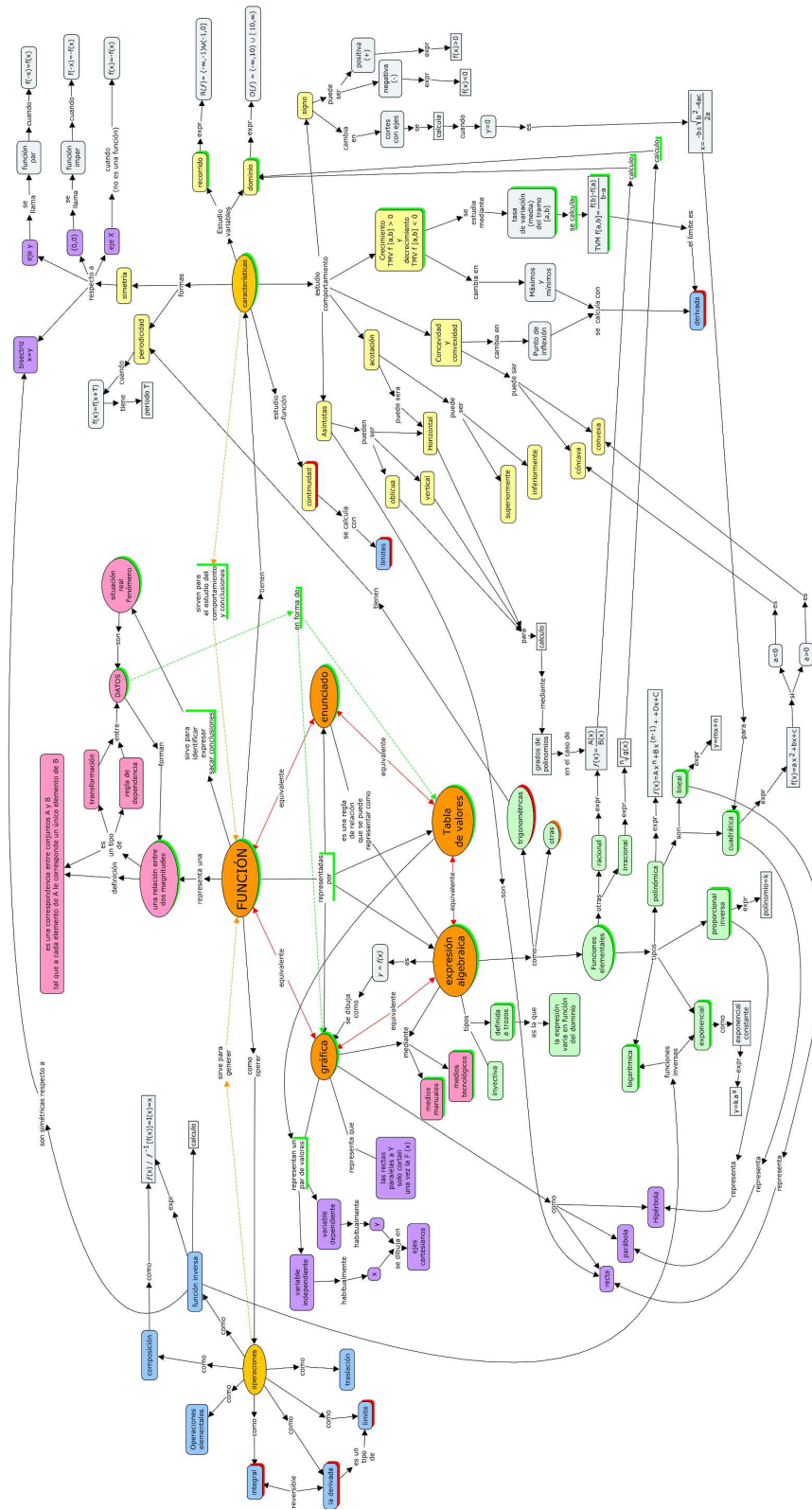
estimar, calcular, sacar conclusiones...Se puede observar como los contenidos generan unos nodos o agrupaciones en torno a las formas de representar una función, las funciones elementales y las características.

En el siguiente mapa conceptual sobre funciones realizado por un experto, se marcan con sombra de color verde los contenidos normativos, marcándose con sobra de color rojo los que se desarrollan en otras unidades didácticas (p. ej. derivadas, límites, o integrales), de tal manera que los contenidos normativos se ordenan de manera lógica y jerárquicamente, permitiendo identificar contenidos intermedios o complementarios (función inversa, definición de variables, simetrías).



Mapa conceptual de experto, indicando contenidos normativos (ver anexo 11)

En el siguiente mapa conceptual se “limpia” el mapa de experto, dejando los contenidos a impartir en esta unidad didáctica de funciones elementales.



Mapa conceptual experto, con contenidos exigidos por la normativa (limpio), de elaboración propia (ver anexo 12)

4.4 Revisión de los contenidos en base al mapa conceptual

Basándonos en el mapa conceptual, se puede deducir que la unidad didáctica concentra los contenidos en diferentes nodos: el concepto de función y formas de representación, representación de datos e interpretación de fenómenos a partir de gráficos y tablas; operaciones con funciones (elemento complementario), características de las funciones; y aplicación de estas a las funciones elementales. En este sentido, revisamos los contenidos normativos, manteniéndolos, pero reorganizándolos:

- Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados. La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo. Reconocimiento de otros modelos funcionales: aplicaciones a contextos y situaciones reales.
 - Concepto de función y definición. Identificación de relaciones entre magnitudes (situaciones reales) descritas por funciones. Representación e interpretación de datos mediante enunciado; gráfica, utilizando ejes y unidades adecuadas; tabla de valores; y expresión algebraica.
 - Concepto de función. Identificación de relaciones magnitudes.
 - Representación e interpretación de datos a partir de una tabla de valores.
 - Representación e interpretación de datos a partir de una gráfica o expresión algebraica.
 - Tipos de variables. Dominio y recorrido. Identificación y cálculo en caso de funciones elementales, definidas a trozos, racionales e irracionales.
 - Características y parámetros de las funciones elementales: descripción, representación, estimación, cálculo y conclusiones. Utilizando medios tecnológicos como manuales.
 - Continuidad. Concepto. Identificación, representación, estimación y conclusiones, a partir de una gráfica o la expresión algebraica.
 - Signo de la función. Cortes con los ejes, identificación, representación, cálculo y conclusiones a partir de la expresión algebraica o una gráfica.

- Crecimiento y decrecimiento, a partir de la tasa de variación media en un intervalo calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores y el signo de la función. Máximos y mínimos, identificación, estimación y conclusiones a partir de una gráfica.
- Convexidad y concavidad. Puntos de inflexión, identificación, estimación y conclusiones a partir de una gráfica.
- Funciones acotadas. Asíntotas. Horizontales, verticales y oblicuas, identificación, representación, cálculo en función del grado de los polinomios, y conclusiones a partir de una gráfica o expresión algebraica.
- Simetrías de funciones. Función par, impar y funciones inversas. Identificación, representación y cálculo a partir de la expresión algebraica.
- Periodicidad. Identificación y estimación del periodo de la función a partir de una gráfica.
- Funciones elementales. Identificación de *fenómenos* descritos por las mismas, su representación gráfica y expresión algebraica, identificación, estimación y cálculo de sus parámetros característicos, descripción y exposición de conclusiones, empleando medios tecnológicos, si es preciso, en el caso de:
 - Función lineal. Recta.
 - Función cuadrática. Parábola.
 - Función proporcional inversas. Hipérbola.
 - Función exponencial. Crecimiento exponencial.
 - Función logarítmica. Curva logarítmica.
 - Función definida a trozos.

4.5 Actividades

Las actividades se han secuenciado en 9 sesiones, tal y como establece la programación general anual, más dos sesiones extra para las evaluaciones objetivas pre y pos instrucción incluidas para valorar la intervención educativa.

4.5.1 Sesión primera: actividad de iniciación

Brainstorming sobre conocimientos previos. (20 mín)

Contenido:

Recordar conocimientos previos.

Descripción:

Se solicita a los alumnos que expresen lo que recuerdan sobre funciones (temario trabajado en cursos previos), ayudados mediante preguntas-guía que faciliten de manera dinámica y participativa el brainstorming. Las ideas y conceptos surgidos durante el brainstorming se escribirán en la pizarra, a modo de aparcamiento de conceptos.

Desarrollo:

En el grupo grande se plantea el brainstorming, explicado la técnica y su utilidad. A continuación, se proponen algunos ejemplos de las preguntas guía que pueden dinamizar durante el brainstorming.

- ¿Qué conceptos recordáis? Ejemplos de respuestas: Dominio y recorrido, operaciones con funciones, parámetros característicos, tipos de modelos de relaciones funcionales (lineal, polinómica, racional, exponencial...)
- ¿Para qué creéis son las funciones y las gráficas? Representar datos, analizar datos, prever resultados y tendencias...
- ¿Qué características tienen? Simetrías, máximos y mínimos, asíntotas, periodicidad...
- ¿Conocéis alguna gráfica? ¿alguna aplicación de ejemplo? Lineal o interés simple, exponencial e Interés compuesto, parábola y espacio recorrido en caída libre...

Durante el brainstorming, el profesor no corrige a los grupos, sino que invita al resto de los alumnos a realizar sus comentarios.

Un ejemplo de que conceptos podrían surgir es el siguiente:



Aparcamiento de conceptos, de elaboración propia.

Prueba diagnostica de conocimientos previos. Mapa conceptual (30 min.)

Contenidos:

Prueba diagnostica de conocimientos previos mediante mapa conceptual.

Descripción:

Se explica el *método tradicional* (J. Novak & Gowin, 1988) para realizar un mapa conceptual. Seguidamente se solicita a los alumnos que construyan sus propios mapas conceptuales de manera individual, a partir de los conceptos surgidos durante el brainstorming previo, pudiendo incluir nuevos conceptos.

La realización de esta prueba diagnóstica se realiza con un doble objetivo. Por una parte, identificar los conocimientos previos para facilitar el aprendizaje significativo (Ausubel, 1983); y por otra para establecer el punto de partida y poder evaluar la adquisición de los contenidos (mapa pre-instrucción) durante

el desarrollo de la unidad didáctica, por comparación con el mapa pos-instrucción.

Desarrollo:

En el grupo grande, se explica el método tradicional (J. Novak & Gowin, 1988) para construir mapas conceptuales (Cañas et al., 2003):

1. *Definir el tema y/o la pregunta de enfoque.*
2. *Identificación y enumeración de conceptos.*
3. *Ordenación jerárquica de conceptos.*
4. *Identificación de enlaces entre conceptos.*
5. *Definición de enlaces.*
6. *Definición de enlaces cruzados.*
7. *Revisión del mapa.*

Tras la explicación, se solicita a los alumnos que construyan sus propios mapas conceptuales, a partir de los conceptos surgidos durante el brainstorming, de manera individual, en este caso, con la pregunta enfoque dada: ¿qué son funciones matemáticas?

4.5.2 Sesión segunda: actividad de introducción

Prueba diagnóstica objetiva para evaluar los conocimientos previos (50min).

Contendidos:

Prueba objetiva diagnóstica para evaluar los conocimientos previos.

Descripción

Se realiza una prueba diagnóstica para evaluar los conocimientos previos de los alumnos, con un doble objetivo. Por una parte, identificar los conocimientos previos para facilitar el aprendizaje significativo (Ausubel, 1983) y por otra para establecer el punto de partida y poder evaluar la adquisición de los contenidos (prueba pre-instrucción) durante el desarrollo de la unidad didáctica, por comparación con la prueba pos-instrucción.

Desarrollo:

De manera individual cada alumno realiza la prueba objetiva diagnóstica. En el anexo 8 se incluye dicha prueba diagnóstica objetivo pre-instrucción.

4.5.3 Sesión tercera: actividades de desarrollo

Charla expositiva: Introducción al temario (25 min)

Contenidos:

Visión general del contenido del bloque de funciones y gráficas.

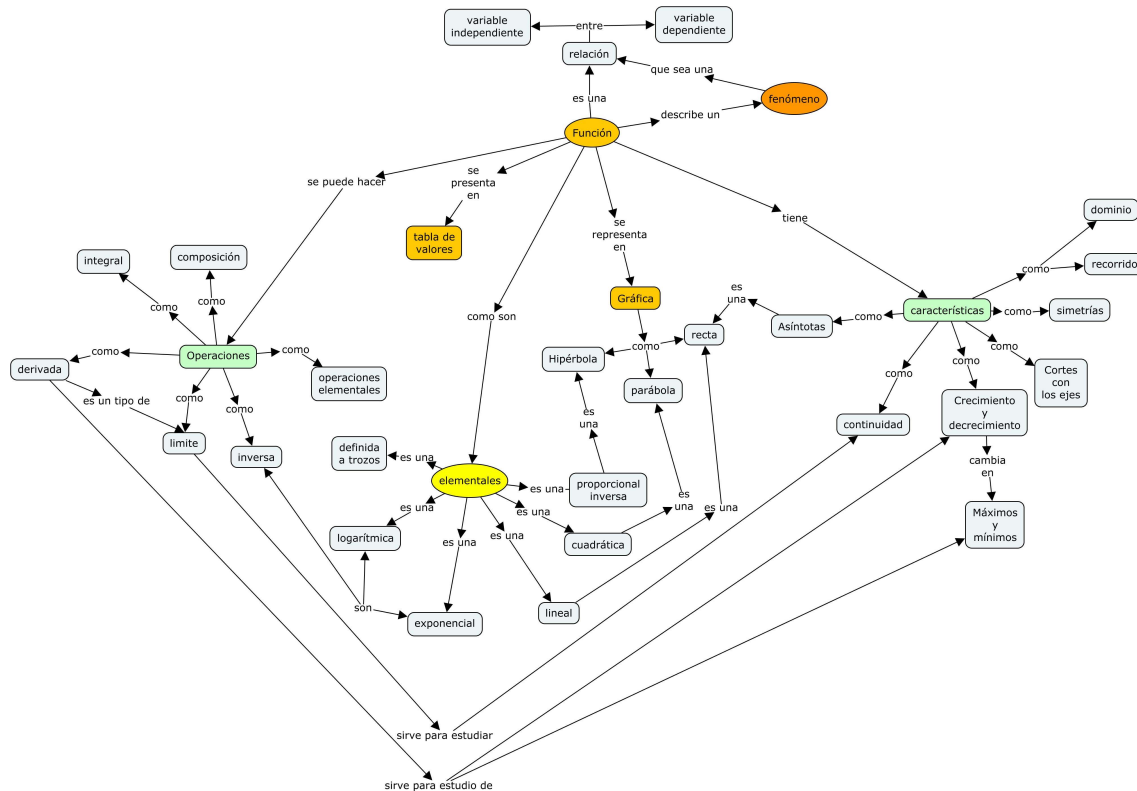
Descripción:

El profesor realiza una charla mediante el método expositivo dialogado, donde explica, de manera participativa y dialogada (los alumnos pueden plantear dudas en cualquier momento), un breve resumen y visión general de los contenidos. Siguiendo los procesos de *diferenciación progresiva* y *reconciliación integradora* (Ausubel, 1983), la recomendación es que se programen al inicio las ideas más generales e inclusivas, para diferenciarlas progresivamente, trabajando las relaciones entre conceptos.

Desarrollo:

La actividad se desarrolla en el grupo grande. Durante la charla, el profesor plasma en la pizarra a modo de mapa conceptual los contenidos de la unidad didáctica funciones. Explica el concepto de función, formas de representación (tabla, gráfica, enunciado y expresión algebraica), resaltando que son diferentes formas de representar lo mismo. Se explica qué características tienen las funciones y que estas características sirven para describir al comportamiento de un fenómeno, se indican algunos tipos de operaciones y para que se usan (aunque el desarrollo de las mismas se estudiará en otras unidades didácticas, como derivadas, integrales, límites,...) y los tipos de funciones elementales.

El mapa conceptual que se usa es el siguiente:



Mapa conceptual visión general de la unidad, de elaboración propia. (Ver anexo 13)

Exposición de contenidos: la fabrica (25 min)

Contenidos:

Concepto de función y las diferentes formas de representar una gráfica.
Dominio y recorrido de una función. Cálculo.

Descripción:

El profesor, explica mediante el método expositivo dialogado, el concepto de función a través del símil “La Fábrica”; así como sus diferentes representaciones (enunciado, tabla de valores, gráfica, expresión algebraica) y el concepto de dominio y recorrido de una función.

Una función es una “fábrica” que cuando entra un valor concreto de “x” (variable independiente) se transforma en un valor de “y” (variable dependiente). Para ilustrar las transformaciones se usa la función recta

$y=m \cdot x+n$ (crecimiento lineal). Se expresa la función en modo de tabla de valores, gráfica, enunciado y expresión algebraica. A través de este símil, los alumnos pueden llegar a comprender mejor el concepto de función.

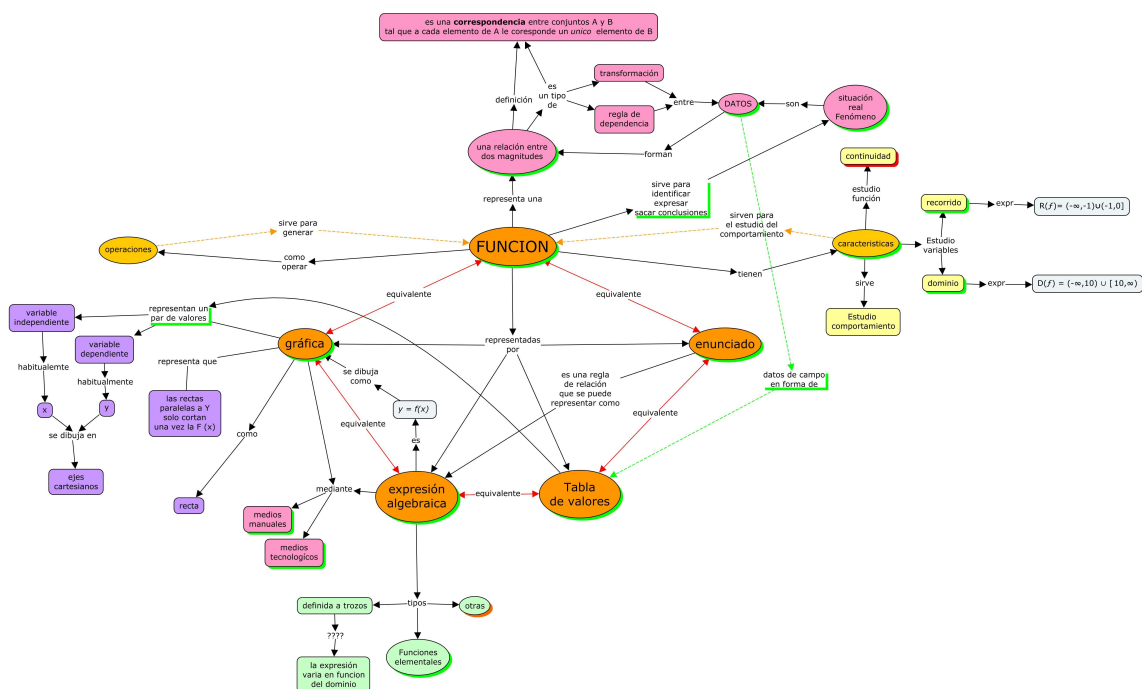
Desarrollo:

En el grupo grande, el profesor va desarrollando la explicación del concepto de función a través del símil “La Fábrica”. Además, introduce los conceptos de variable independiente y variable dependiente, mientras que va realizando un mapa conceptual de las relaciones entre las distintas formas de representar una función, y como pasar de una a otra.

Seguidamente, a partir del ejemplo de una relación lineal básica ($y=2 \cdot x$), el profesor expone y construye las diferentes formas en las que se puede expresar una relación funcional (tabla de valores, expresión algebraica, gráfica o enunciado), enfatizando que estas formas de representación sólo son distintas formas de presentar lo mismo.

Seguidamente explica el concepto de dominio y recorrido de una función. En la pizarra, el profesor explica como calcular los dominios de las siguientes funciones como ejemplo.

$$y=\frac{2x+1}{x-3} \quad y=\frac{1}{x^2-1} \quad y=\sqrt{x+1} \quad y=\sqrt{x^2+1}$$



Mapa conceptual sobre concepto de función y representaciones, de desarrollo propio. (ver anexo 14)

4.5.4 Sesión cuarta: Actividad de desarrollo.

¿Las gráficas son meras fotos? (1h)

Esta actividad se ha extraído del libro *The Language of Functions and Graphs* (Swan, 1985). En este apartado se incluye una traducción de la misma. En el anexo 01, se incluye una copia en versión original.

Contenidos principales:

Errores de concepto en la interpretación de gráficas. Representación e interpretación de datos a partir de una gráfica o expresión algebraica.

Descripción:

“Muchos alumnos, con dificultad para manejar las gráficas como una representación abstracta de una relación funcional entre magnitudes, parece que interpretan dichas gráficas como si fuesen meras “imágenes” de la realidad. En este sentido, esta actividad se enfoca en exponer y provocar debate sobre este error de concepto común, de modo que los alumnos son

puestos sobre alerta de posibles errores que en la interpretación de gráficas se pudieran dar” (Swan, 1985).

De manera secundaria, durante la actividad, se trabaja la interpretación de datos (fenómenos) expresados mediante una gráfica y la descripción de las características que se extraen de una gráfica y la exposición razonada de conclusiones a partir de una gráfica, cuando se analiza si una gráfica concreta describe un fenómeno, o cuando se realiza el proceso inverso de identificar el fenómeno que una gráfica dada representa.

Desarrollo:

La actividad se divide entre en las siguientes tareas: bola de golf (25 min), montaña rusa (20 min) y ¿Qué deporte se representa? (15 min).

Bola de golf (25 min)

“Tras una breve introducción de la actividad, se solicita a los alumnos que discutan sobre la situación “golf” en pequeños grupos de 2 o 3 personas, hasta que alcancen un consenso. Tras lo cual, se les anima para que escriban claramente una breve descripción mostrando como piensan ellos que se comporta la velocidad de la pelota mientras vuela hacia el hoyo, para posteriormente ilustrar esta descripción mediante una gráfica esquematiza” (Swan, 1985).

“Mientras los alumnos trabajan en la tarea, el profesor recorre la clase escuchando qué es lo que opinan. Es posible que algunos alumnos confundan la velocidad con la altura de la bola. Evitando censurar dichas respuestas, mejor es invitar a otros alumnos a opinar, y tratar de provocar “conflicto” realizando preguntas como” (Swan, 1985):

¿Donde vuela la bola más lentamente?

¿La gráfica que habéis representado es acorde con esto?

“Tras unos 10 min o similar, se pasa a una fase de discusión entre toda la clase. Aunque la discusión puede derivar hacia la naturaleza de la gravedad terrestre y las leyes de movimiento, lo esencial no es la realización de gráficas exactas, sino que los alumnos se percaten sobre el peligro de tratar las gráficas como simples dibujos de la situación. Por lo tanto, los alumnos no deben sentir que la discusión está completamente cerrada hasta pasar al apartado siguiente “la montaña rusa” (Swan, 1985).

“Para comenzar el debate, se invita a dos o tres grupos a que dibujen sus esquemas en la pizarra y a explicar sus razones para dibujar dicha gráfica. El profesor no corrige a los grupos, sino que invita al resto de los alumnos a realizar sus comentarios” (Swan, 1985).

“Para concluir el debate, el profesor dibuja la trayectoria de la bola y unos ejes de coordenadas (tiempo / velocidad). Mientras traza el recorrido de la bola con su mano, pide a los alumnos que describan qué sucede con la velocidad de la bola. En la medida que los alumnos hacen sugerencias, se va dibujando los distintos puntos de la gráfica. De esta manera, debería ser posible para todos los alumnos el ver que la trayectoria de la bola y la forma de la gráfica son completamente diferentes” (Swan, 1985).

Montaña rusa (20 min)

“Como continuación, ahora se les pide a los alumnos que pasen a la tarea la “montaña rusa”, de nuevo en parejas o en pequeños grupos. La situación de la “montaña rusa” refuerza la diferencia entre una “imagen” de la pista y un gráfico” (Swan, 1985).

“Es importante destacar que los alumnos tienen que hacer varios intentos para dibujar un gráfico antes de llegar a una versión correcta. Disuadirlos de borrar errores, sino más bien pedirles que anoten lo que está mal en su boceto y dibujen uno nuevo debajo. Esto permitirá tanto al alumno como al profesor controlar el crecimiento en la comprensión, y ayudará al alumno a tratar cada intento como un paso útil hacia una solución final” (Swan, 1985).

“En esta tarea se sugiere que se dé a los alumnos la oportunidad de inventar sus propias pistas de montaña rusa, dibujar los gráficos correspondientes y luego ver si su vecino puede reconstruir la forma de las pistas originales a partir de los gráficos solamente. Además de ser agradable, esta actividad también enfatiza la importancia de comunicar información con precisión” (Swan, 1985).

La tarea ¿Qué deporte se representa? Se pide que se realice en casa.

4.5.5 Sesión quinta: actividad de desarrollo.

¿Qué es deporte? (25 min)

“La última tarea de la actividad ¿Las gráficas son meras fotos? es “¿Qué deporte se representa?”, y tiene por objeto provocar una animada discusión en relación a que deporte se ajusta a la gráfica concreta” (Swan, 1985).

Dibujando de gráficas a partir de tablas de valores (25 + 50 min)

Esta actividad se ha extraído del libro *The Language of Functions and Graphs* (Swan, 1985) En este apartado se incluye un resumen de dicha actividad. En el anexo 02 se incluye la actividad en versión original.

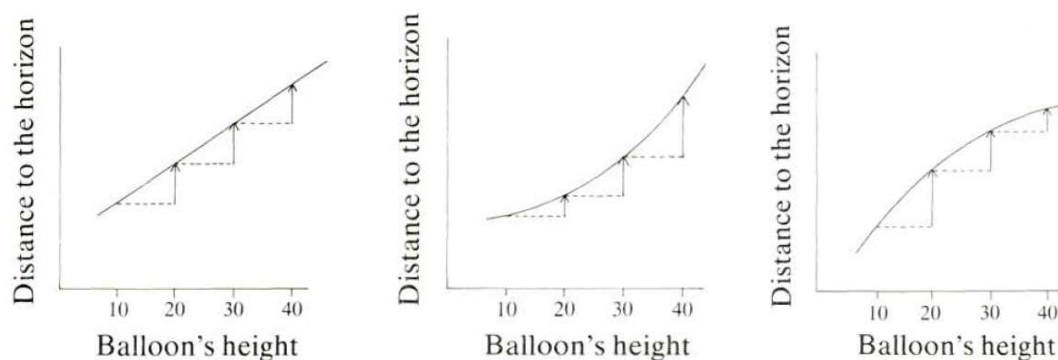
Contenidos:

Análisis del crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media y su conexión con el concepto de derivada. Interpretación crítica de datos expresados mediante tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales. Relación y correspondencia entre distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.

Descripción:

“En esta actividad, se invita a los alumnos a explorar tablas de datos, y a tratar de describir los patrones y tendencias que observen, utilizando bocetos de gráficas. Al liberar a los alumnos del tiempo consumido por el uso de destrezas técnicas tales como decidir las escalas o dibujar los puntos con exactitud, se intenta capacitar a los alumnos para observar las tablas de una manera más global, de manera cualitativa” (Swan, 1985).

Como complemento a la actividad diseñada por the Shell Center of Mathematics (University of Nottingham), se incorpora el concepto y el cálculo de la tasa de variación media, la cual esta implícitamente introducida de manera intuitiva en la ficha “some hints on sketching graphs from tables” (Swan, 1985) cuando se explica cómo dibujar gráficas rápidamente a partir de tablas de valores. El truco introducido en dicha hoja consiste en un cálculo intuitivo de la tasa de crecimiento (medio) para el caso particular de incrementos iguales de la variable independiente.



Extracto de The language of functions & graphs, pag 111 (Swan, 1985)

Este concepto se introduce en la actividad como otra alternativa, más sistemática y más genérica (los datos no necesitan estar igualmente incrementados), que los alumnos pueden utilizar para ver tendencias de crecimiento. Además, se introduce una pincelada del concepto de derivada, al preguntar qué sucede si los Δx son cada vez más pequeños, “tienden a cero”.

Desarrollo:

La puesta en escena de esta actividad se realiza siguiendo la “Suggested presentation”. A continuación se realiza un breve resumen de la misma.

La actividad está secuenciada en cuatro tareas.

¿Qué de lejos puedes ver?

La primera tarea se desarrolla inicialmente en grupo pequeño (de dos o tres alumnos), donde los alumnos tienen que acordar el boceto de gráfica del globo y escribir una explicación de cómo han llegado a dicho bosquejo. Mientras, el profesor recorre la clase escuchando y preguntando a los alumnos que expliquen qué están haciendo. En este apartado, es importante resaltar que el fin no es dibujar una gráfica exacta, sino “que traten de describir mediante palabras cómo cambian los números, e invitarles a trasladar esta descripción verbal en un boceto” (Swan, 1985).

Seguidamente se mantiene una breve puesta en común con toda la clase, y se debate la ficha complementaria “algunos consejos para dibujar bocetos de gráficas”, enfatizando la importancia de tomar incrementos iguales de la altura del globo, con el objeto de encontrar la curvatura de la gráfica” (Swan, 1985). Esta ficha explica un método para realizar esquematizar rápidamente una gráfica. La última pregunta de la ficha (¿La gráfica cruza los ejes?), puede crear cierta controversia. En este sentido, se pueden dar varias

interpretaciones en función cual sea el punto de referencia. “Sin embargo, no es importante resolver esta cuestión, en tanto y cuanto los alumnos entiendan como la gráficas dependen de sus propias interpretaciones de la situación” (Swan, 1985).

4.5.6 Sesión sexta: actividades de desarrollo.

Continuación de la actividad: Dibujando gráficas a partir de tablas de valores (50 min)

Antes de seguir con el resto de la ficha, el profesor introduce el concepto de tasas de variación, como otra alternativa, más sistemática y más genérica (los datos no necesitan estar igualmente incrementados), que los alumnos pueden utilizar para ver tendencias de crecimiento. Además, se introduce una pincelada del concepto de derivada, al preguntar qué sucede si los Δx son cada vez más pequeñitos, “tienden a cero”.

Seguidamente, se solicita a los alumnos en pequeños grupos que sigan con la siguiente cuestión de la ficha “Escoge la mejor gráfica”. Es importante que indiquen que representan los ejes. Mientras, el profesor recorre la clase escuchando y preguntando a los alumnos que expliquen que están haciendo. “Puede surgir debate dado que en función de qué es lo que representan los ejes, diferentes gráficas son válidas” (Swan, 1985).

“Tras terminar la tarea, se solicita a los alumnos que continúen con el siguiente apartado “inventa tablas de datos”, construyendo sus propias tablas de datos, de manera individual, en correspondencia con los seis tipos diferentes de gráficas. A la vez que tienen que decidir que incrementos tomar para las entradas de la gráfica, los alumnos tienen que decidir exactamente como los números aumentan o disminuyen. Por ejemplo, una comparación de los gráficos (o), (p) y (q) pueden generar una discusión útil sobre gradientes. Mientras definen sus propias tablas de datos, pueden comparar sus soluciones con los compañeros. Este tipo de retroalimentación permite que los alumnos confirmen su propia interpretación y puede generar discusiones útiles” (Swan, 1985).

4.5.7 Sesión séptima: actividad de desarrollo

Operaciones con funciones (50 min)

Contenidos:

Operaciones con funciones. Suma y diferencia. Producto y cociente. Composición de funciones. Cálculo. (material complementario a los contenidos normativos).

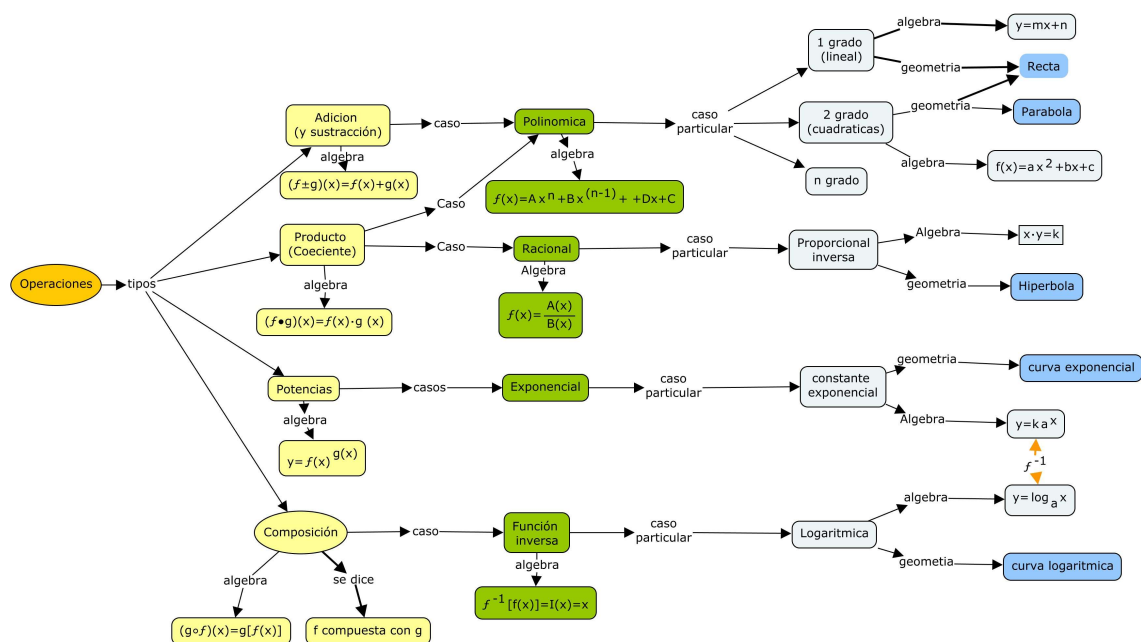
Descripción:

Mediante el método expositivo dialogado, el profesor explica las operaciones con funciones: suma y diferencia, producto y cociente (dados en 3º de la ESO) y la composición y la función inversa (nuevos conceptos).

Después en grupos pequeños resuelven unos ejercicios, solicitando a algún alumno, al azar, que salga a la pizarra a resolverlo.

Desarrollo:

El profesor explica mediante el método expositivo dialogado, en el grupo grande, las operaciones con funciones, construyendo un mapa conceptual durante la explicación.



Mapa conceptual sobre operaciones con funciones, de elaboración propia (ver anexo 05)

Posteriormente, realiza un ejemplo de composición y de cómo hallar la función inversa, paso a paso.

$$\text{Si } f(x)=2x-1 \quad g(x)=x^2$$

entonces hallar: a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$

Para hallar la función inversa de otra función se realizan los siguientes pasos:

1) Se despeja la variable “x”.

2) Para expresarla en forma habitual, se intercambian los nombres de las variables

Sea $f(x)=x^3+3$ hallar la inversa.

Tras estas explicaciones, se resuelven unos ejercicios usando la dinámica de grupos “Sabio y escriba”.

Los ejercicios son el 5, 6 7, 8 y 9 del anexo 05.

Tras realizar los ejercicios, varias parejas elegidas al azar salen al encerado a explicar los ejercicios.

4.5.8 Sesión octava: actividad de desarrollo

Características de las funciones (50 min)

Contenidos:

Parámetros característicos de las funciones elementales (cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, dominio y recorrido).

Descripción y desarrollo

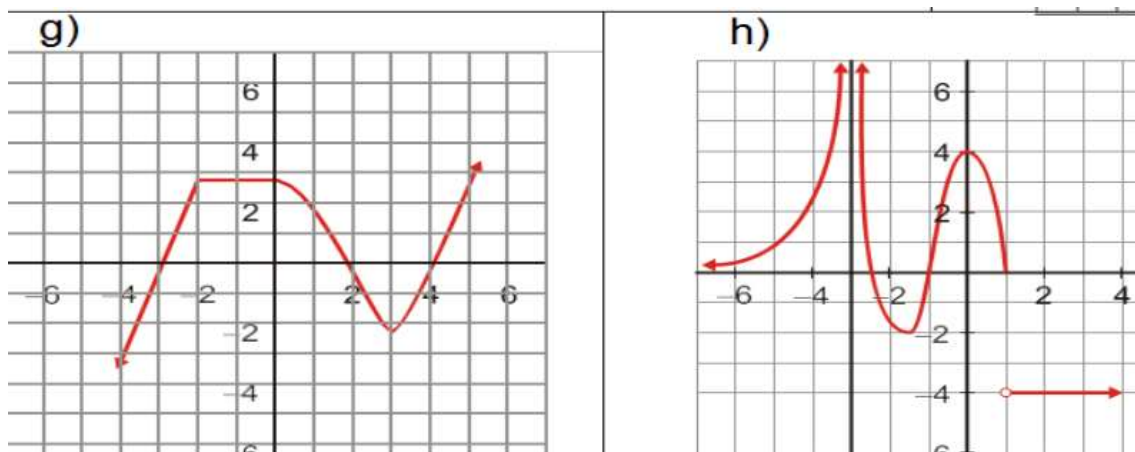
El profesor explica cuáles son las característicos de las funciones, las formas de estimación y cálculo (asíntotas, cortes con los ejes...), mediante el método expositivo dialogado, mientras plasma en el encerado un mapa conceptual relacionando las características con su significado gráfico. Explica cómo obtener los cortes con los ejes ($y=0$ e $x=0$), las asíntotas a partir del grado de los polinomios en una función racional, cálculo del periodo, simetrías...

Como ejemplo de cálculo de asíntotas se realizan los siguientes ejercicios:

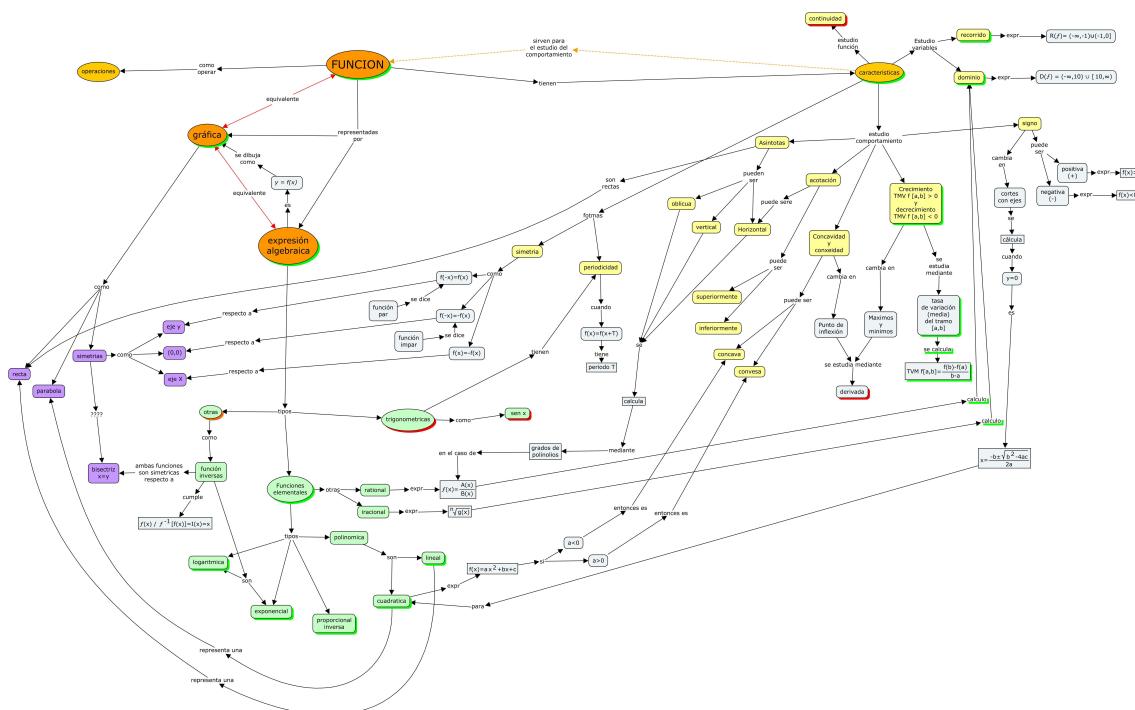
$$y=\frac{x^2+1}{x} \quad y=\frac{x}{x-2}$$

Después en grupos pequeños (parejas) resuelven unos ejercicios de definición de características de una función mediante la dinámica de grupos “Sabio y escriba”, solicitando a algún alumno, al final y al azar, que salga a la pizarra a resolverlo.

En el anexo 06 se incluye los ejercicios. Se adjunta un ejemplo de dichos ejercicios.



Definir: Dominio, continuidad, recorrido, puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y máximos y mínimos, asíntotas.



Mapa conceptual características de las funciones, de elaboración propia (ver anexo 15)

4.5.9 Sesión novena: actividad de desarrollo

Exposición de contenidos: Geogebra (50+20 min)

Contenidos:

Asociación de gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas. Identificación y estimación de parámetros característicos de las funciones elementales (cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, simetrías y periodicidad, dominio y recorrido), mediante medios informáticos.

Descripción:

Tras una breve recordatorio de las características de una función, y mediante el uso de geogebra, se solicita a los alumnos, en grupos de dos o tres alumnos, que descubran, deduzcan y expresen qué características se pueden deducir de un tipo de función elemental (crecimiento, simetrías, cortes con los ejes, periodicidad, signo de la función y continuidad,...) a partir de la gráfica de la misma, modificando sus parámetros característicos. Las conclusiones las deben presentar en forma de mapa conceptual.

La metodología de esta actividad se basa en el aprendizaje por descubrimiento (Brunel), el aprendizaje social (Bandura) y el aprendizaje significativo (Ausubel). En este sentido, los alumnos descubren por comparación entre funciones qué nos dice una función, al modificar los diferentes parámetros de un mismo tipo de función. El trabajo en equipo desencadena el aprendizaje social, al tener que compartir información, razonamientos, conclusiones y consensos entre iguales. Finalmente, a la vez que se van descubriendo conclusiones, estas se van diferenciando e especificando en el caso de las funciones elementales, lo que enlaza con la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel.

Desarrollo:

El programa geogebra permite visualizar las gráficas asociadas a una expresión algebraica de manera fácil; y posibilita ver de manera rápida como cambia esta gráfica al modificar algunos parámetros de la misma. A través de

visualizar estos cambios, los alumnos pueden experimentar, asociar y descubrir parámetros y características como la pendiente, crecimiento,...

En grupos de dos o tres alumnos, se les pide que descubran, deduzcan y expresen por escrito, en forma de mapa conceptual, las conclusiones que se han obtenido al comparar diferentes versiones de un mismo tipo de función.

El papel del profesor durante esta actividad es el de orientar los diferentes grupos de trabajo y ayudarles a “ver” qué características se pueden deducir de una gráfica mediante preguntas-guía del tipo abiertas para que los alumnos se cuestionen y lleguen a sus propias conclusiones.

¿Habéis mirado como se puede inclinar más la gráfica?

¿Habéis encontrado algún valor “especial” para algunos parámetros? (un ejemplo de esa situación es $k=1$ en una función exponencial $y=k^x$)

La actividad se compone por ocho tareas. Se realizan en dos bloques. Primero se realizan la mitad de las tareas, y al cabo de unos 10 a 15 minutos, se solicita a dos o tres grupos a que expongan sus descubrimientos y conclusiones. El profesor no corrige a los grupos, sino que invita al resto de los alumnos a realizar sus comentarios, con lo que se enriquece el debate.

La primera es recta y el concepto de pendiente, valores de pendientes singulares ($m < 0$; $m=0$, $m < 1$, $m = 1$, $m > 1$ y $m=\infty$), signo de la función y cortes con los ejes (cuando $x=0$ y $y=0$), dominio y recorrido. Ejemplo de aplicación real: interés simple.

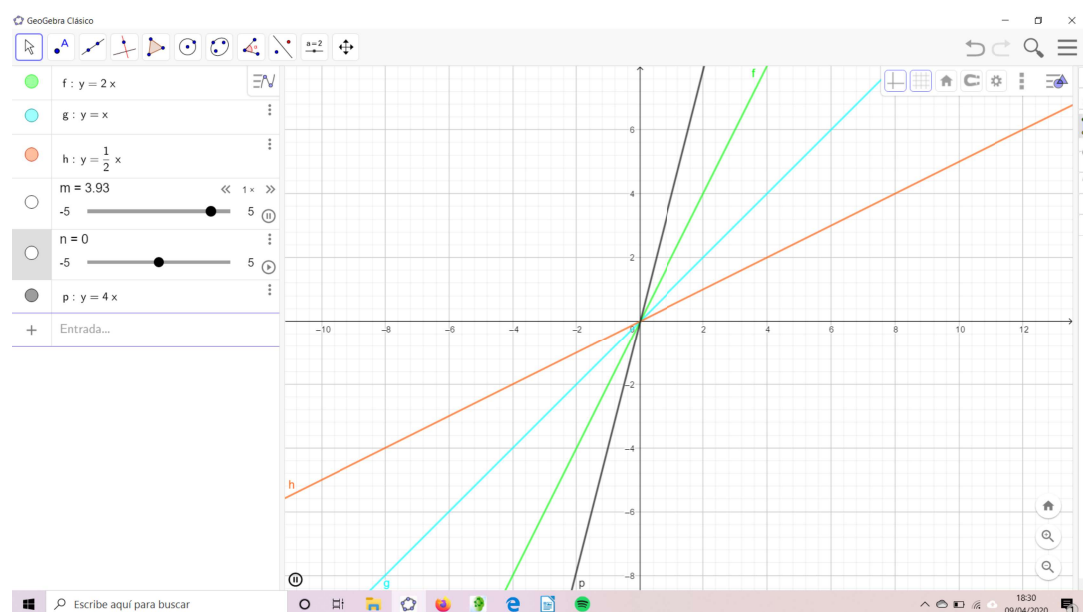


Imagen extraída de geogebra. La recta: $y=m x+n$

La segunda tarea es la parábola y el concepto de crecimiento cuadrático, la tasa de variación media, simetría y máximos y mínimos (estimación), crecimiento y decrecimiento, dominio y recorrido. Ejemplo de aplicación real es la distancia recorrida en función del tiempo en caída libre.

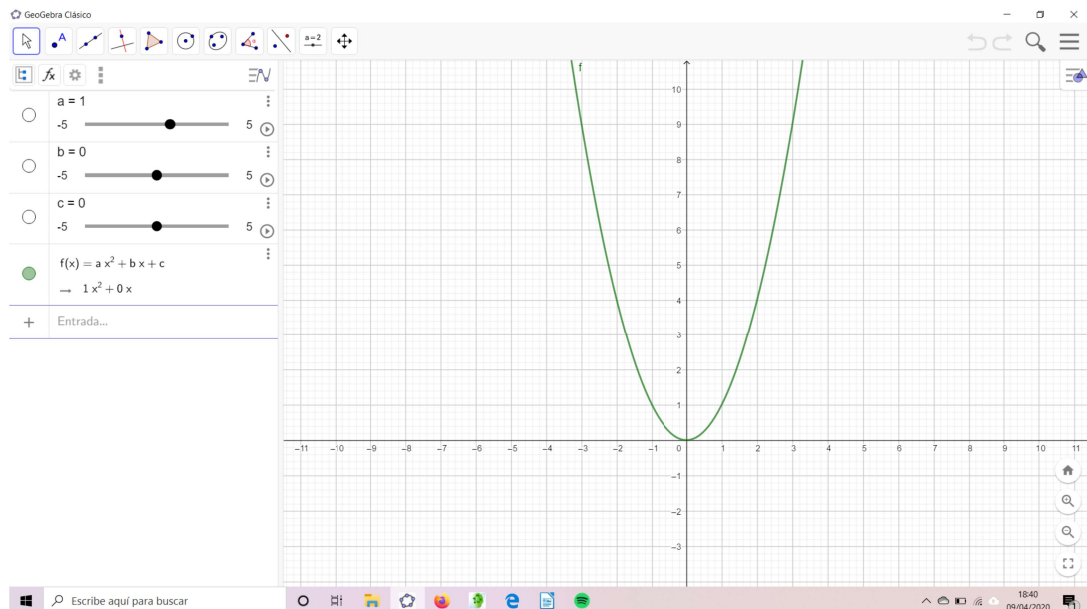


Imagen extraída de geogebra: la parábola $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

La tercera tarea es un polinomio de grado mayor a 2, deduciendo la relación entre el grado del polinomio y el número de cortes con el “eje x” y cálculo de asíntotas.

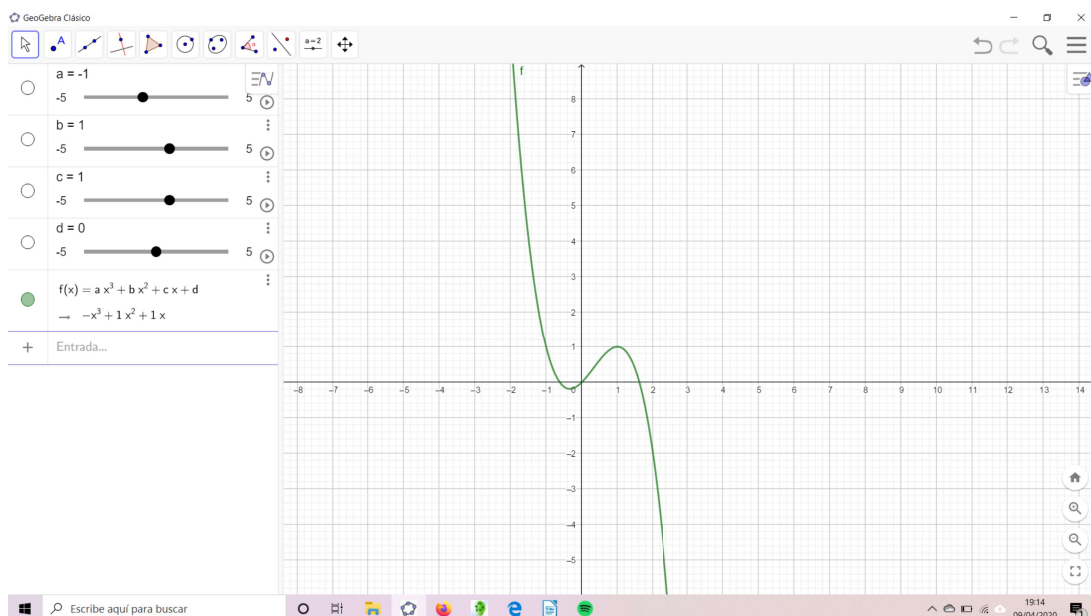


Imagen extraída de geogebra: Polinomio 3 grado $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

La cuarta tarea es una función racional y el concepto de asíntotas y su cálculo para el caso de funciones racionales, cálculo del dominio y recorrido, cortes con los ejes, crecimiento y decrecimiento.

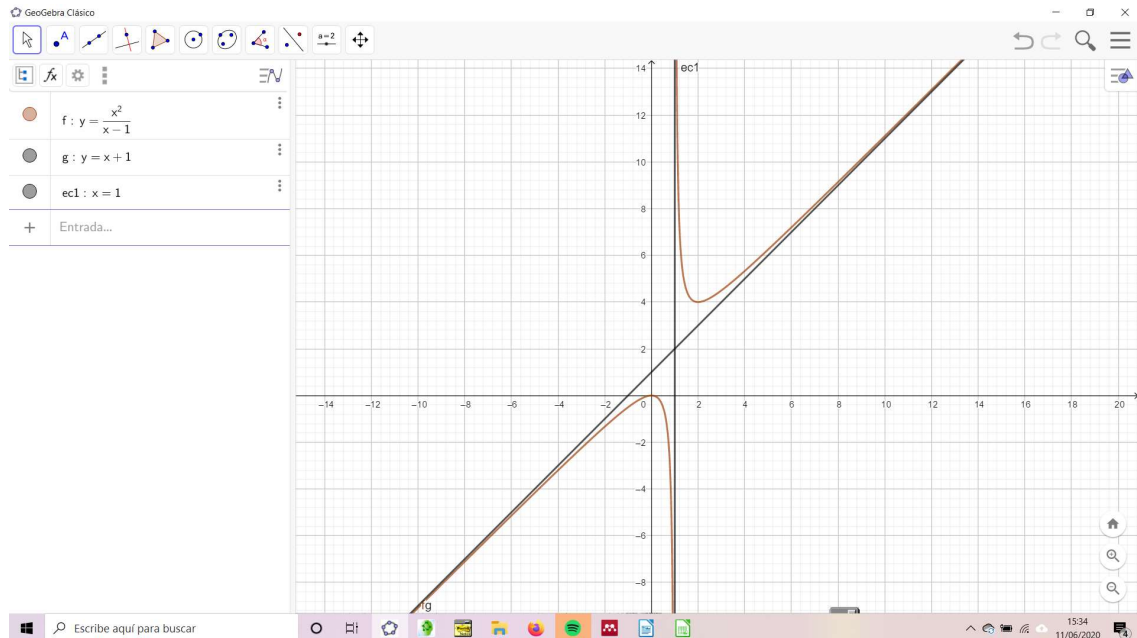


Imagen extraída de Geogebra: función racional

La quinta tarea es la proporcional inversa y la hipérbola, el concepto de simetría respecto al origen de coordenadas, dominio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ Ejemplo de situación real: curva de la demanda en función del precio, en economía.

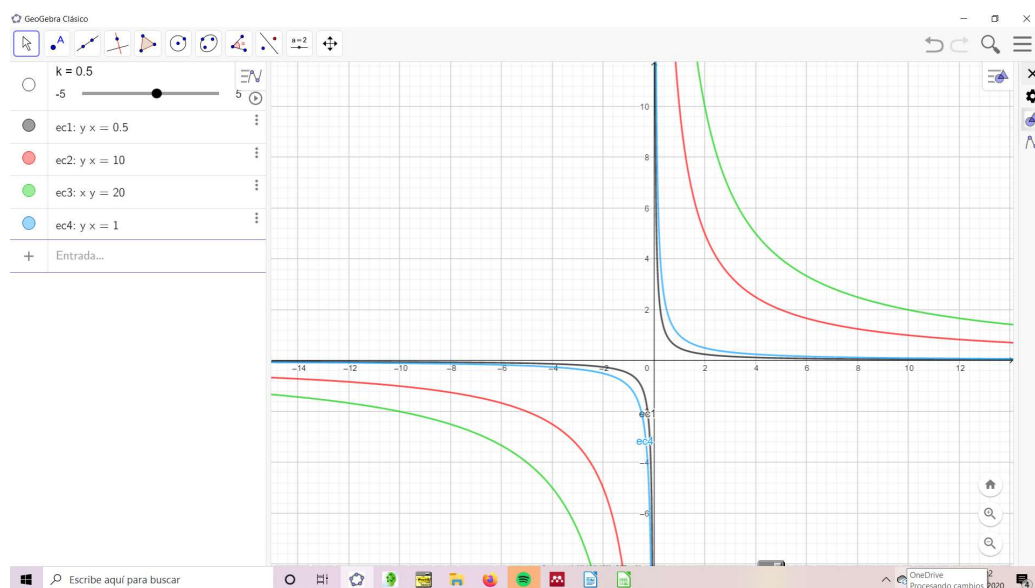


Imagen extraída de Geogebra: Hipérbola o proporcional inversa

Las demás funciones elementales de dejan para realizar en casa.

4.5.10 Sesión décima: actividad de desarrollo y consolidación

Exposición de contenidos: Geogebra (20 min)

Como continuación a la actividad, varios alumnos salen al encerado a explicar sus conclusiones.

La sexta tarea es la función exponencial y el concepto de crecimiento exponencial, zonas de crecimiento ($a > 0$) y decrecimiento ($0 < a < 1$), asíntota horizontal ($y=0$) y corte con los ejes $(0,1)$, dominio (\mathbb{R}) y recorrido $(0, +\infty)$.

Ejemplo de aplicación real: el interés compuesto.

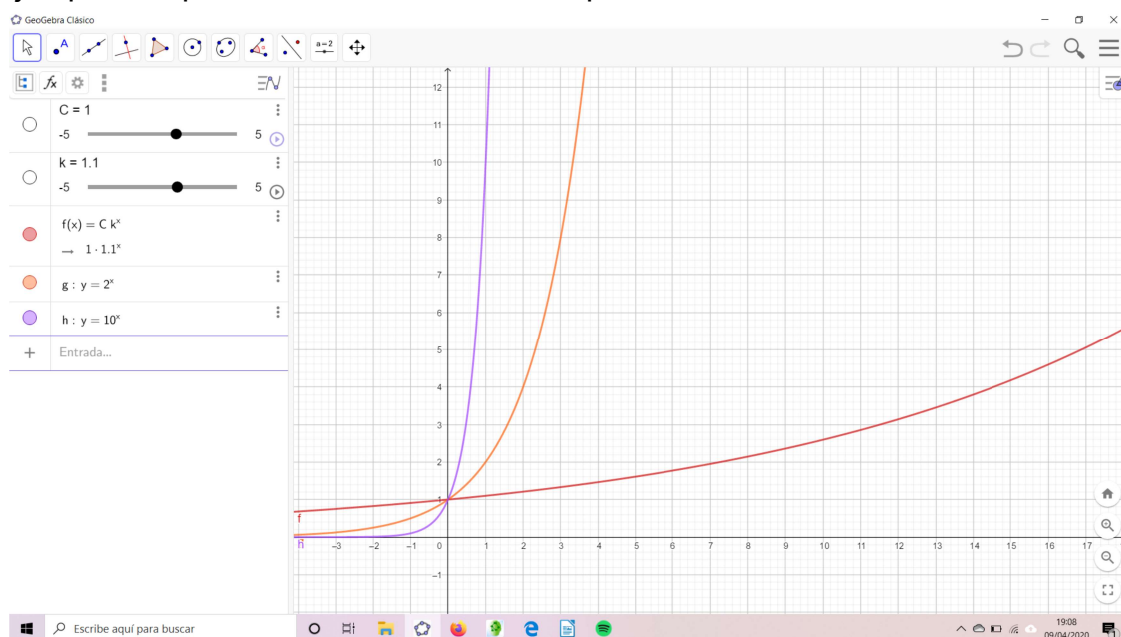


Imagen extraída de geogebra: Función exponencial $C=C_0 \cdot i^x$

La séptima tarea es la función logarítmica, y el concepto de crecimiento logarítmico, dominio $(0, +\infty)$ y recorrido (\mathbb{R}) , creciente ($a > 1$) y decreciente ($0 < a < 1$), asíntota vertical ($x=0$) y corte con los ejes $(1,0)$. Ejemplo de aplicación real: mediciones de sonido.

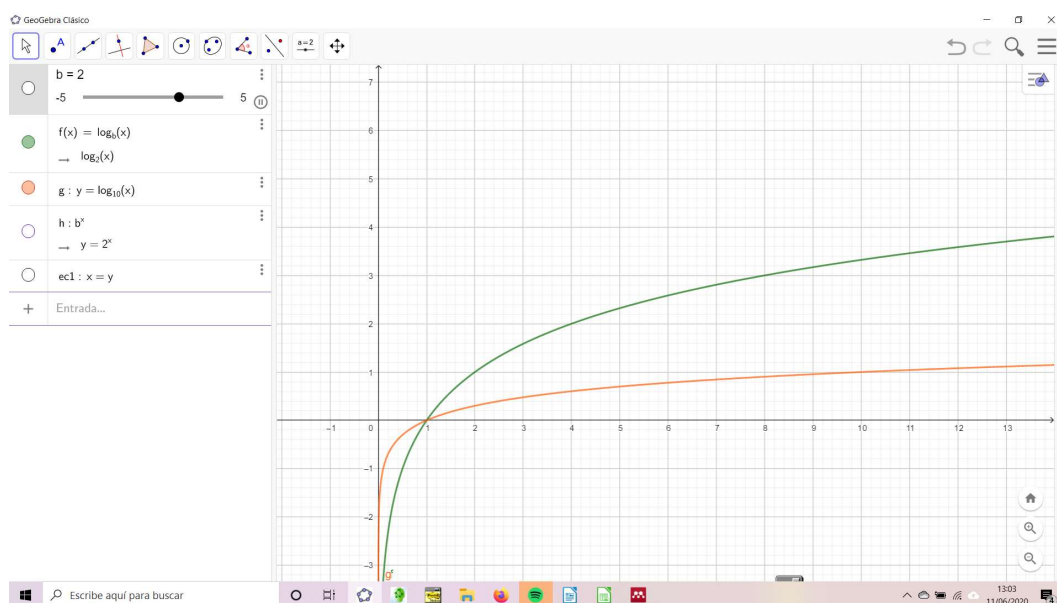


Imagen extraída de geogebra: Curva logarítmica

Finalmente la octava tarea es la función seno, introduciendo el concepto de periodicidad (2π), dominio $(-\infty, +\infty)$ y recorrido $[-1, 1]$ y continuidad. Ejemplo de situación real: la noria.

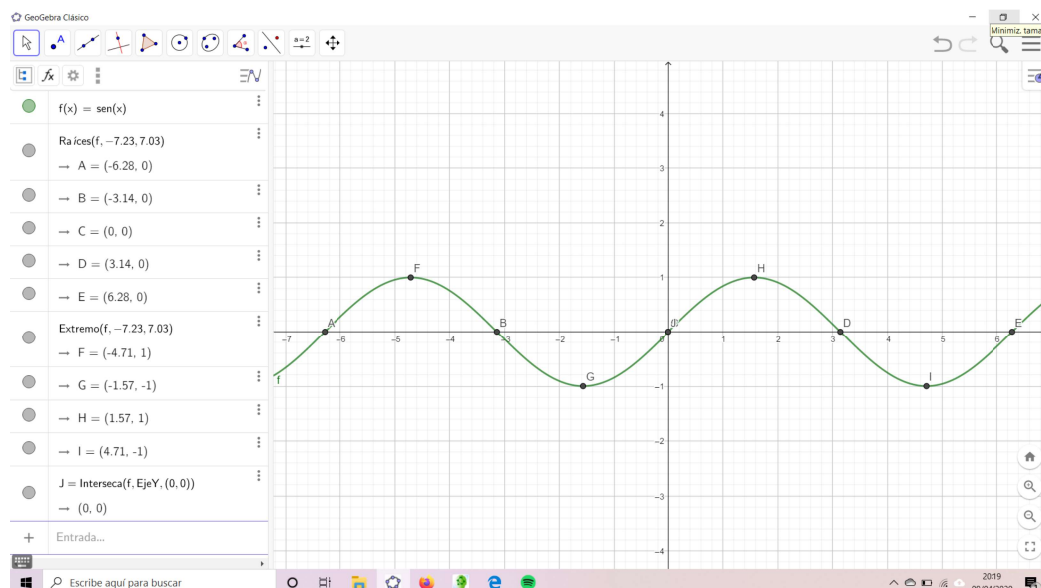


Imagen extraída de geogebra: función periódica seno $y=\text{sen}(x)$

Prueba diagnóstica de conocimientos previos. Mapa conceptual (30 min.)

Contenidos:

Repaso de los contenidos adquiridos

Descripción:

A partir de la misma serie de conceptos que en la prueba diagnóstica inicial, se solicita que los alumnos realicen un mapa conceptual sobre funciones.

Desarrollo

El profesor plasma los conceptos que tienen que utilizar en la pizarra. Los alumnos, de manera individual, construyen sus propios mapas conceptuales sobre funciones.

4.5.11 Sesión undécima: actividad de evaluación**Prueba diagnóstica objetiva para evaluarlos conocimientos previos (50min).****Contendidos:**

Prueba objetiva para evaluar los conocimientos adquiridos.

Descripción

Se realiza una prueba objetiva para evaluar los conocimientos adquiridos por los alumnos.

Desarrollo:

De manera individual cada alumno realiza la prueba objetiva. En el anexo 09 se incluye dicha prueba diagnóstica objetivo pos-instruccional.

5 EVALUACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

Los resultados de rendimiento se evaluarán utilizando dos herramientas: prueba objetiva y mapas conceptuales, que se realizarán ambas para dos grupos-clase (control y experimental), en dos situaciones, pre y pos instrucción.

El grupo de control seguirá una instrucción clásica basada en el método expositivo, resolución de ejercicios en la pizarra por parte del profesor y siguiendo la secuencia para los contenidos según se marca en el libro de texto, en este caso, de la editorial SM (ISBN 978-84-675-8693-0).

Por otra parte, el grupo experimental será instruido siguiendo la unidad didáctica diseñada y desarrollada en este estudio.

El número de días de instrucción serán los mismos.

La valoración de los mapas conceptuales se realizará por el método clásico (J. Novak & Gowin, 1988), expuesto en el marco conceptual. Sin embargo, las puntuaciones se dividirán en dos categorías: en un resultado global según el método clásico (considerando las jerarquías, enlaces cruzados); y en un resultado parcial, basado solo en las proposiciones (un punto por cada proposición válida), de acuerdo a los estudios que han encontrado una mayor concordancia para las evaluaciones basadas en proposiciones (McClure et al., 1999; Rice et al., 1998)

Las pruebas objetivas pre y pos instrucción serán muy similares (mismos ejercicios, diferentes valores), para que midan los mismos componentes del aprendizaje.

Los grupos son dos grupos-clase, del mismo centro educativo y curso, con el objeto de eliminar posibles parcialidades en la selección de los individuos.

5.1 Estudio de los resultados

Los resultados de las cuatro pruebas se compararán estadísticamente (media y desviación estándar) para determinar los siguientes parámetros:

- Nivel de conocimientos previos según mapa conceptual, en puntuación general (método clásico) y parcial (basado en proposiciones).
- Nivel de conocimientos previos según prueba objetiva.

- Nivel de conocimientos adquiridos según el mapa conceptual, en puntuación general y puntuación parcial.
- Nivel de conocimientos adquiridos según prueba objetiva.

Los resultados de la prueba objetiva pre instrucción son importantes para validar la homogeneidad de los grupos. Una gran diferencia entre ambos grupos invalidaría los resultados. Lo razonable es que den valores similares, si no ha habido parcialidad en la selección de los grupos clase.

La eficacia de un método frente a otro vendrá dada por la diferencia de las medias obtenidas entre los resultados pre y pos instrucción en la prueba objetiva.

Las evaluaciones obtenidas a través de los mapas conceptuales servirán para contrastar la correlación entre los métodos de evaluación clásicos (prueba objetiva) y los mapas conceptuales como herramienta válida alternativa para dicha evaluación.

6 DISCUSIÓN

Muchas y variadas son las metodologías que actualmente están de “moda”: aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje basado en el juego, aprendizaje colaborativo..., siendo uno de los objetivos principal de dichos métodos la activación de la motivación en el alumnado, elemento clave en el aprendizaje por competencias. En este estudio, nos centramos en el aprendizaje significativo y en los mapas conceptuales como herramienta meta-cognitiva, comparándolo con el método tradicional expositivo.

En este sentido, ambos métodos difieren fundamentalmente en el punto de partida, es decir los conocimientos previos del alumnado, y en la presentación, secuenciación y tratamiento de los contenidos, que en el método significativo se programan en base a los procesos de diferenciación progresiva e integración reconciliadora (Ausubel, 1983).

La programación de contenidos significativamente requiere un esfuerzo extra en el profesorado, que debe ser validado por su eficacia en la adquisición de contenidos por parte del alumnado. Sin embargo, presenta otras importantes ventajas como son la preparación del profesor y de la materia, facilitando que la instrucción se desarrolle de manera clara, secuenciada, diferenciada, integrada y jerarquizada (J. D. Novak & Cañas, 2008), además de servir como elemento introductorio y facilitar la discusión (Edmondson & Smith, 1998)



7 CONCLUSIONES

A falta de la puesta en práctica de la intervención educativa y contrastar sus resultados de eficacia en la adquisición de contenidos y su correlación como herramienta válida para la evaluación, se puede concluir desde mi experiencia en el diseño y desarrollo de esta unidad didáctica lo siguiente:

- La utilización de los mapas conceptuales como medio de preparar la materia por parte el profesor, ha facilitado la preparación de los conocimientos contenidos en currículo de una manera más integrada y clara, posibilitando la identificación y la focalización de los elementos más importantes.
- La utilización de los mapas conceptuales como ayuda para la presentación, organización y programación de los contenidos facilita que estas tareas se desarrollen de manera clara, secuenciada, diferenciada, integrada y jerarquizada.
- La utilización de los mapas conceptuales facilita la introducción de los temas y la discusión.
- Los mapas conceptuales funcionan como “generador de ideas”, promoviendo el cuestionamiento activo y la colaboración

Queda pendiente para la puesta en práctica de la intervención, el comprobar los efectos en el rendimiento de una instrucción basada en el aprendizaje significativo y el uso de los mapas conceptuales como herramienta meta-cognitiva y su validez como herramienta de evaluación alternativa, en el área de las matemáticas, y en concreto, en la materia relativa a funciones en el aula de 4º de la ESO.



8 REFERENCIAS

- A McDaniel, E., Roth, B., & Miller, M. (2005). Concept Mapping as a Tool for Curriculum Design. *Issues in Informing Science and Information Technology*. <https://doi.org/10.28945/847>
- Alonso Tapia, J. (2005). Motivación para el aprendizaje: la perspectiva de los alumnos. *La Orientación Escolar En Centros Educativos*.
- Ausubel, D. P. (1983). TEORIA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO*. *Fascículos de CEIF*.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A cognitive view* (Holt, Rinehart, & Winston (eds.); 2nd Ed.).
- Cañas, A. J., Coffey, J. W., Hoffman, R. R., Novak, J. D., Carnot, M. J., Feltovich, P., & Feltovich, J. (2003). A Summary of Literature Pertaining to the Use of Concept Mapping Techniques and Technologies for Education and Performance Support. *Education And Training*. <https://doi.org/10.1016/j.soilbio.2009.02.014>
- Edmondson, K. M., & Smith, D. F. (1998). Concept Mapping to Facilitate Veterinary Students' Understanding of Fluid and Electrolyte Disorders. *Teaching and Learning in Medicine*. https://doi.org/10.1207/S15328015TLM1001_5
- Ferry, B., Hedberg, J., & Harper, B. (1997). How do Preservice Teachers use Concept Maps to Organize Their Curriculum Content Knowledge? In *Ascilite'97*.
- McClure, J. R., Sonak, B., & Suen, H. K. (1999). Concept map assessment of classroom learning: Reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research in Science Teaching*. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2736\(199904\)36:4<475::AID-TEA5>3.0.CO;2-O](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199904)36:4<475::AID-TEA5>3.0.CO;2-O)
- Moreira, M. A. (2012). ¿Al final, qué es el aprendizaje significativo? *Revista Currículum*.
- Novak, J. D. (2010). Learning, creating, and using knowledge: Concept maps as facilitative tools in schools and corporations. *Journal of E-Learning and Knowledge Society*. <https://doi.org/10.5860/choice.36-1103>
- Novak, J. D., & Cañas, A. J. (2008). The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them, Technical Report IHMC CmapTools

- 2006-01 Rev 01-2008. In *IHMC CmapTools*. [https://doi.org/Technical Report IHMC CmapTools 2006-01 Rev 2008-01](https://doi.org/TechnicalReportIHMC%20CmapTools2006-01Rev2008-01)
- Novak, J., & Gowin, B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona Martínez Roca.
- Novak, J.D., & Gowin, B. (1984). *Learning how to learn* (Cambridge University Press (ed.)).
- Novak, Joseph D. (1990). Concept mapping: A useful tool for science education. *Journal of Research in Science Teaching*. <https://doi.org/10.1002/tea.3660271003>
- Novak, Joseph D. (1998). Learning, Creating, and Using Knowledge. In *Learning, Creating, and Using Knowledge*. <https://doi.org/10.4324/9781410601629>
- Novak, Joseph D., & Cañas, A. J. (2007). Theoretical Origins of Concept Maps, How to Construct Them, and Uses in Education. *Reflecting Education*.
- Novak, Joseph D., & Cañas, A. J. (2006). La teoría subyacente a los mapas conceptuales y a cómo construirlos. In *Florida Institute for Human and Machine Cognition*.
- Rice, D. C., Ryan, J. M., & Samson, S. M. (1998). Using Concept Maps to Assess Student Learning in the Science Classroom: Must Different Methods Compete? *Journal of Research in Science Teaching*. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2736\(199812\)35:10<1103::AID-TEA4>3.0.CO;2-P](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199812)35:10<1103::AID-TEA4>3.0.CO;2-P)
- Ruiz-Primo, M. A., Schultz, S. E., Li, M., & Shavelson, R. J. (2001). Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. *Journal of Research in Science Teaching*. [https://doi.org/10.1002/1098-2736\(200102\)38:2<260::AID-TEA1005>3.0.CO;2-F](https://doi.org/10.1002/1098-2736(200102)38:2<260::AID-TEA1005>3.0.CO;2-F)
- Shavelson, R., & Ruiz-Primo, M. A. (2000). On the psychometrics of assessing Science understanding. In J. Mintzes, J. Wandersee, & J. D. Novak (Eds.), *Assessing Science Understanding* (pp. 304–341). Academic Press.
- Swan, M. (1985). *The language of functions and graphics. An Examination Module for Secondary Schools* (Malcolm Swan (ed.)). Joint Matriculation Board.
- Wallace, J. D., & Mintzes, J. J. (1990). The concept map as a research tool: Exploring conceptual change in biology. *Journal of Research in Science Teaching*. <https://doi.org/10.1002/tea.3660271010>



West, D. C., Pomeroy, J. R., Park, J. K., Gerstenberger, E. A., & Sandoval, J. (2000). Critical Thinking in Graduate Medical Education. *JAMA*. <https://doi.org/10.1001/jama.284.9.1105>